



ANALYSE DIDACTIQUE des séquences de la B.D du Volume 1



Lunelotte et la réciproque mystérieuse Au fil de la B.D

p.8 *L'insomnie*

Une question stimulante pour démarrer l'apprentissage de la logique : « Tous les théorèmes admettent-ils une réciproque vraie ? » ou « Existe-t-il des théorèmes dont la réciproque est fausse ? ». Ces questions sont celles d'élèves de 4^o.

Dans chacun des yeux de Lunelotte sont respectivement codées en rouge les hypothèses, et en vert la conclusion du Théorème du cercle circonscrit à un triangle rectangle.

On peut faire illustrer de cette façon tous les théorèmes de géométrie étudiés. Cette visualisation systématique constitue une aide pédagogique appréciable.

p.9 *Réveil et première leçon*

Petit dialogue en guise de prélude logique.

1- « Pour avoir des tartines il faut se lever »

2- « Si on ne se lève pas, alors on n'a pas de tartines » (cela est logique... même sans connaître la contraposée qui sera étudiée dans le second volume)

3- « Si je me lève, alors j'ai des tartines » : La bulle rouge de cette réplique signale une affirmation logiquement fausse par rapport à ce qui précède.

Bien souvent, la logique naturelle ne correspond pas à la Logique mathématique ! cf les développements de ce livret et l'article de P. Wieruszewski dans PLOT n° 66 de mars 94.

p.10 4- « Cela (se lever) ne suffit pas (pour avoir des tartines) » Les fiches A6 et A10 permettent de revenir en temps voulu sur ces répliques et de les analyser au niveau de leur construction logique.

Lunelotte, quant à elle, n'a sans doute pas pris réellement conscience que la réciproque de l'assertion 1 (ci-dessus) du Professeur Pythaclide était fausse.

A propos de l'aptitude à raisonner logiquement, on lira avec profit les pages 173 à 177 de P. Lévy dans Les Technologies de l'intelligence, Points Sciences, Seuil 1990.

« J'ai avalé deux tartines et vous trois. Combien en avons-nous avalé au total à nous deux ? » : Les tartines sont un prétexte pour introduire à un travail sur **hypothèses/conclusion** (cf fiche A5) .../

p.11 /...et à une formalisation algébrique de la question : « si $X = 2$ et $Y = 3$, alors $X + Y = 5$ ». La réciproque de cette assertion est fausse.

Les répliques de Lunelotte fournissent l'occasion de parler des **contre-exemples**. La fiche A9 est consacrée à ce thème.

Introduction du symbole « \Rightarrow » dans ce **contexte algébrique**. La fiche A6 définit l'**implication** logique et la flèche d'implication « \Rightarrow » de manière élémentaire. Au programme du lycée, hors programme du collège, la flèche d'implication est utilisée ici dans un but pédagogique et didactique, comme un logo visuel.

On peut stipuler à la classe que son écriture par l'élève est jusqu'à nouvel ordre strictement soumise à l'autorité du professeur et hors de propos dans les devoirs. Ce qui d'expérience ne soulève pas de difficulté et prépare les apprentissages ultérieurs.

Le bouleversement de Lunelotte peut être l'occasion d'aborder avec la classe la question de « l'obstacle épistémologique » et d'évoquer les phases de régression intellectuelles survenant dans les apprentissages.





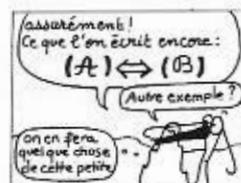
ANALYSE DIDACTIQUE des séquences de la B.D du Volume 1

Lunelotte et la réciproque mystérieuse Au fil de la B.D

p.12 Variations sur les réciproques

Introduction de la notation abstraite : « $(A) \Rightarrow (B)$ », application de cette formalisation au théorème de Pythagore, ainsi qu'à sa **réciproque**. Ce théorème constitue un premier exemple d'**implication à contenu géométrique** dont la réciproque est vraie.

Introduction de « $(A) \Leftrightarrow (B)$ » et illustration par le *demi-tour* de Lunelotte qui court *dans un sens* : \Rightarrow , puis *dans l'autre* : \Leftarrow , tout en énonçant le théorème du cercle circonscrit à un triangle rectangle (autre exemple d'équivalence à contenu géométrique). La fiche A7 peut ici être étudiée avec profit.



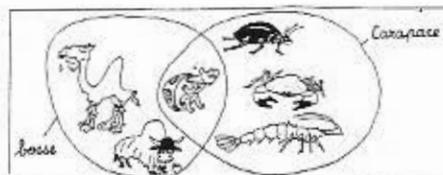
Mise en scène par le mouvement (kinesthésique) de la notion d'équivalence.

p.13 Et ou Ou ?

On part cette fois-ci d'une situation mathématique, la résolution de l'équation $X^2 = 9$, pour introduire la problématique du **et** et du **ou**. cf fiche A1.

En langage courant, on dira que « les solutions de l'équation $X^2 = 9$ sont 3 et - 3 ». Mathématiquement, ceci sera *formalisé* par « les solutions de l'équation $X^2 = 9$ sont $X = 3$ **ou** $X = - 3$ ». Cette dernière formulation prépare la résolution des *inéquations* et l'écriture des ensembles solutions en langage ensembliste.

L'élève ne saisira pas sur le champ le bien fondé de ces subtilités de langage ; mais la bosse impromptue de Lunelotte, associée à sa carapace, vont fournir au Professeur Pythaclide le développement attendu : le **et** et le **ou mathématiques** sont définis et associés aux schémas ensemblistes de l'**intersection** et de la **réunion** (cf fiche A2) ...



Une bonne maîtrise du **et** et du **ou** est indispensable. En Terminale, l'étude des Probabilités révèle souvent que leur usage n'est pas dominé. D'où l'importance de définir ces notions dès le collège.

p.14 .../ figurés par les animaux à bosses et /ou carapaces.

L'équation initiale $X^2 = 9$ fournit enfin un exemple d'**équivalence à teneur algébrique**, également formalisé à l'aide de « \Leftrightarrow ». cf fiche A7. La fiche A8 peut ici être étudiée pour la notion de **caractérisation d'un ensemble**

Dernier rebondissement de la séquence : l'allusion au classique « fromage et dessert » suggère au Professeur Pythaclide une nouvelle équivalence algébrique qui correspond à la **négation** de la précédente (et à la propriété non $(A \text{ ou } B) = (\text{non } A) \text{ et } (\text{non } B)$ étudiée dans la fiche B2 du volume 2). Les fiches A3 et A4 du volume 1 font travailler sur ces thèmes du **et** et du **ou** et de la **négation**.





ANALYSE DIDACTIQUE des séquences de la B.D du Volume 1

Lunelotte et la réciproque mystérieuse Au fil de la B.D

p.15 « Mousse-Seulement Si »

La séquence culinaire permet d'introduire le **vocabulaire** de la **condition nécessaire** et de la **condition suffisante**. (cf fiche A10)

Lunelotte a manifestement la tête ailleurs.

Souvent, les images mentales de l'élève diffèrent beaucoup de celles du professeur !

p.16 Exemple d'une condition nécessaire -mais non suffisante pour faire une mousse au chocolat- : les oeufs. Exemple d'une condition suffisante - mais non nécessaire pour faire une mousse au chocolat - : le contenu du panier.

Ceci rejoint également la problématique de l'exercice 3 de la fiche A9.

En mathématiques, un **test** est une condition **nécessaire** mais **non suffisante** pour qu'une propriété soit vraie. (ainsi en est-il de la preuve par 9 dans les opérations arithmétiques élémentaires). Un **critère** est une condition **suffisante** mais **non nécessaire** pour qu'une propriété soit vraie.

p.17 Formalisation progressive du concret vers l'abstrait.
Premier stade : emploi des flèches d'implication et du symbole d'équivalence pour les exemples culinaires.

Second stade : introduction en parallèle d'assertions mathématiques et d'exemples « zoo-logiques »

On peut faire observer les branches des lunettes du Professeur Pythaclide.

p.18 Troisième stade : formalisation mathématique abstraite « (A) \Leftrightarrow (B) » (déjà introduite p.12), emploi du « **si et seulement si** », du « **il suffit et il faut** ».

L'admonestation du Professeur Pythaclide à Lunelotte : « Si quelqu'un ne veut pas travailler, qu'il ne mange pas non plus » pourra être utilement analysée à l'aide de la contraposée définie dans le volume 2 ; elle fournit ici un exemple concret de condition nécessaire ; elle peut aussi introduire à la problématique de la fiche A11.



p.19 Des multiples sur Radiogone

Cette dernière séquence du volume 1 de Logique sans bosse exploite les **multiples d'entiers naturels** pour revenir une fois encore

- sur le vocabulaire et les notions liés à l'implication logique :
condition suffisante,

p.20 condition nécessaire.

p.21 - sur la question de la réciproque

p.22 (raisonnement erroné de Lunelotte, cf bulle rouge)

p.23 et à ce propos, sur l'usage du **contre-exemple**.

