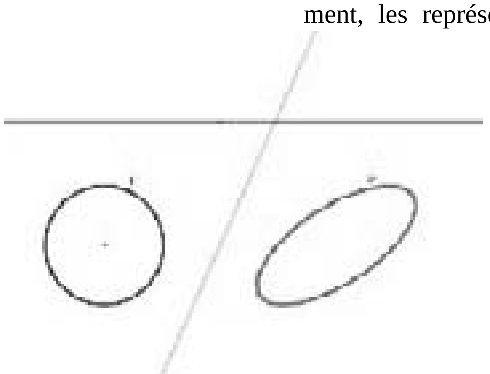
par Colette Laborde

L'usage des TICE en tant que terrain d'étude : un instantané

Dès les années 1980, les recherches en didactique des mathématiques ont pris pour objet d'étude les nouvelles technologies en tant qu'outils pour l'enseignement et l'apprentissage. Parce qu'elles offrent des représentations des objets mathématiques, manipulables, dynamiques et interactives, en un mot des représentations différentes de celles déjà présentes, il est apparu rapidement que les nouvelles technologies modifient l'activité mathématique même, en favorisant une démarche expérimentale combinant exploration, conjectures, essais, comme s'en sont fait l'écho les programmes de classes de seconde en 2000.

Colette Laborde *est professeure à l'IUFM de Gernoble.*

Les recherches en didactique ont d'abord cherché à identifier les conceptualisations mathématiques permises par des problèmes posés en environnement informatique, comme par exemple à propos de la notion d'angle avec LOGO. Ces recherches partaient des cadres théoriques de la didactique, non spécifiquement forgés pour l'informatique : par exemple dans les études citées, la notion de « conception » (Vergnaud, 1990) était mise en œuvre. Ensuite, la notion de « milieu » (Brousseau, 1997) a été réutilisée pour concevoir de situations favorisant l'émergence de nouvelles stratégies de résolution par les élèves. Le logiciel est considéré comme un constituant du milieu, offrant de nouveaux moyens d'action aux élèves et contribue ainsi à l'élaboration de nouvelles stratégies de solution, sources potentielles de nouvelles connaissances. De plus, les possibilités de validation–invalidation des solutions des élèves par les logiciels sont en général nombreuses et fondées mathématiquement, les représentations des objets mathématiques se comportant en suivant le modèle mathématique sous-jacent au logiciel.



Un cercle et son image obtenue comme trajectoire d'un point-image.

Un premier exemple

Un exemple est fourni par l'introduction d'élèves de seconde à la notion de *figure image* dans une transformation, comme ensemble des points images de la figure objet dans un environnement de géométrie dynamique (Jahn, 1998). Les transformations enseignées ont de nombreuses propriétés de conservation et ne requièrent pas de point de vue ponctuel pour la construction de figures images de figures simples. Il suffit d'utiliser une propriété de conservation pour obtenir la figure image globale. Dans Cabri, il a été possible de fournir une transformation exotique (symétrie oblique) T, en donnant un point déplaçable P et son image Q aux élèves. Ils avaient à identifier comment Q était construit à partir de P, ce qu'ils ont su tous faire. Ensuite, ils devaient construire l'image d'un cercle par T en utilisant l'outil qui, à partir d'un point, donnait son image par T. T ne conservant pas les distances, l'image n'est pas un cercle et le seul moyen pour la construire est le recours à l'outil « Trace » ou l'outil « Lieu » (moyens d'action du milieu non disponibles en papier–crayon), impliquant ainsi de façon implicite un point de vue ponctuel sur les figures.

Formation et pratique des enseignants

Avec l'intégration des TICE dans les programmes scolaires dans la fin des années 1990, et le constat de leur faible usage réel en classe, les recherches se sont portées sur les pratiques des enseignants et ont cherché à analyser les écarts entre les innovations et situations–problèmes des recherches, et les pratiques habituelles qui réduisent souvent le rôle de l'outil informatique à celui de seule monstration de phénomènes remarquables. La formation initiale ou continue est devenue un objet d'étude. Les recherches montrent la multiplicité et l'imbrication des connaissances à mettre en œuvre par les ensei-

gnants pour concevoir ou adapter des tâches en environnement informatique : mathématiques, maîtrise de l'outil informatique pour résoudre des problèmes, mais aussi didactiques relativement à la fois aux notions mathématiques en jeu, aux connaissances des élèves sur ces notions et sur l'outil informatique.
Le champ de recherche sur les nouvelles technologies est donc encore loin d'être complètement exploré, d'autant plus que les technologies ne cessent d'évoluer ainsi que le rapport des jeunes générations aux outils technologiques présents dans leur environnement quotidien.

C. L

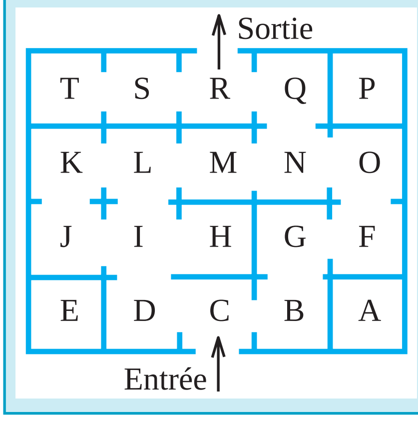
• *Brousseau G. (1997) Théorie des situations didactiques, La Pensée Sauvage Éditions.*
• *Jahn A.-P. (1998) Des transformations des figures aux transformations ponctuelles : étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-géomètre II, Thèse de l'université J. Fourier, Grenoble.*
• *Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques,* 10, *n^{os} 2–3, 133–170.*

Interroger les évidences : le cas de l'implication

Les travaux de recherche que nous conduisons depuis près de vingt ans mettent en évidence les multiples facettes de la notion d'implication, sa polysémie et sa complexité, alors qu'elle est souvent considérée comme transparente par les professeurs de mathématiques pour qui elle est en quelque sorte naturalisée (c'est un « si, alors »). On pourrait imaginer que la pratique mathématique suffit à construire cette notion, mais l'ensemble des travaux conduits en didactique des mathématiques montre que ce n'est pas le cas. Les difficultés persistent en effet au-delà de la licence, jusqu'aux étudiants préparant le Capes. Or, non seulement il y a peu de travail en général sur les questions de logique dans l'enseignement, mais en outre le professeur, qui est un expert du domaine, utilise fréquemment des raccourcis et des implicites qui peuvent générer des obstacles à l'appropriation, par les étudiants et les élèves, d'un usage correct des connecteurs logiques et des quantificateurs. Nous allons illustrer ce point à partir de la situation du labyrinthe présentée ci-dessous.
Les résultats obtenus pour la phrase n° 6 nous invitent à regarder de plus près ce qui pourrait les expliquer. Tout d'abord, il faut noter que la réponse majoritaire des élèves à la question 6 est *« On ne peut pas savoir »*, et ceci principalement parmi les élèves réussissant bien l'ensemble du test et entrant en classe de première scientifique.
On peut interpréter ceci comme révélant une divergence sur la nature de l'implication en jeu dans cet énoncé : s'agit-il d'une implication reliant deux propositions singulières (une implication matérielle), ou bien d'un énoncé général traduisant un lien entre deux propriétés (une implication formelle)? Ce questionnement renvoie alors à la question du statut logique de la lettre *X* introduite dans l'énoncé. Une première interprétation consiste à considérer que *X* est un nom propre, et désigne donc une personne bien identifiée. Dans ce cas, la phrase n° 6 est une implication matérielle ; elle a une valeur de vérité déterminée par le trajet emprunté par *X*. Néanmoins, celui qui doit répondre à la question ne connaît pas le trajet ; il ne peut donc pas se prononcer sur la valeur de vérité de cet énoncé ; comme pour la phrase n° 3, la réponse est *« On ne peut pas savoir. »* Ceci correspond à la réponse majoritaire des élèves, qui est donc cohérente. Une seconde interprétation consiste à considérer que l'énoncé comporte une quantification universelle implicite portant sur les trajets permettant de traverser le labyrinthe. Dans ce cas, la phrase n° 6 est fausse, car il existe un contre-exemple. Si on revient alors à la phrase n° 3, il faut également la déclarer fausse puisqu'elle possède également un contre-exemple. Or, comme on l'a vu, les auteurs ne considèrent pas que la phrase n° 3 est fausse. Les réponses attendues correspondent donc à un changement de statut logique pour la lettre *X* entre les phrases 3 et 6.
Ces résultats nous invitent à questionner la pratique largement répandue de quantification implicite des énoncés conditionnels universellement quantifiés, ainsi que l'instabilité du statut logique des lettres dans de nombreux textes mathématiques. D'une manière plus générale, ceci montre qu'il est parfois nécessaire d'interroger certaines évidences qui tendent à occulter la complexité effective des notions en jeu. Des analyses plus complètes sur ces questions et sur les enjeux didactiques d'une plus grande prise en compte des questions de logique dans l'enseignement des mathématiques sont présentées dans ***Durand-Guerrier V.* et al. *(2000), Le statut logique des énoncés dans la classe de mathématique. Éléments d'analyse pour les enseignants. IREM de Lyon***.

Viviane Durand-Guerrier

Viviane Durand-Guerrier
est professeure à l'université de Montpellier-II.



LE LABYRINTHE

Une personne *X* a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, sans jamais être passée deux fois par la même porte.
Pour chacune des phrases suivantes, dire si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE, ou si ON NE PEUT PAS SAVOIR, et, dans chaque cas, expliquez votre réponse.
N° 1 : « *X* est passé par *P*. »
N° 2 : « *X* est passé par *N*. »
N° 3 : « *X* est passé par *M*. »
N° 4 : « Si *X* est passé par *O* , alors il est passé par *F*. »
N° 5 : « Si *X* est passé par *K*, alors *X* est passé par *L*. »
N° 6 : « Si *X* est passé par *L*, alors *X* est passé par *K*. »
Les résultats attendus :
N° 1 : Faux ; n° 2 : Vrai ; n° 3 : On ne peut pas savoir ; n° 4 : Vrai ; n° 5 : Vrai ; n° 6 : Faux.
Les résultats (en pourcentages de réponses attendues) :
Phrase n° 1 : 100 % ; Phrase n° 2 : 96 % ; Phrase n° 3 : 85 % ; Phrase n° 4 : 93 % ; Phrase n° 5 : 69 % ; Phrase n° 6 : 29 %.