Les Olympiades mathématiques africaines

En 1986, l'Union mathématique africaine crée les Olympiades mathematiques africaines pour les élèves de moins de 20 ans. Un classement individuel et un classement par pays sont établis.

Bechir Kachoukh est président de la Commisssion de l'enseignement et des nouvelles technologies de l'Union mathématique africaine (UMA), ancien président et actuel vice-président de l'Association tunisienne des sciences mathématiques (ATSM).

L'Olympiade pan-africaine des mathématiques (OPAM) est l'une des principales activités de l'Union mathématique africaine (UMA). Elle est gérée par l'une des quatre commissions de l'UMA créées en 1986, en l'occurence la Commission des olympiades pan-africaines de mathématiques (Opamuma).
L'UMA a élaboré dès 1986 des règlements régissant les modalités de participation, le déroulement de l'olympiade, le mode de classement...
L'OPAM est destinée au élèves du niveau baccalauréat au plus, n'ayant pas encore intégré l'enseignement supérieur ou tout enseignement équivalent, et qui sont âgés de moins de vingt ans.
Le choix des pays destinés à accueillir les différentes éditions de l'OPAM est effectué pour quatre ans par l'assemblée générale de l'UMA lors de chaque Congrès pan-africain des mathématiques. Avant chaque édition, l'accord officiel du gouvernement du pays retenu est sollicité et est déterminant pour l'organisation effective de l'Olympiade.

Chaque délégation est composée d'au plus quatre concurrents et d'un chef de délégation qui doit être un enseignant de mathématiques de l'enseignement secondaire ou supérieur.
Les épreuves se déroulent sur deux jours en deux sessions de 4 h 30 chacune. Trois problèmes sont proposés pour chaque session.
Un jury assure la correction, en avccord avec l'ensemble des responsables de délégations.
Deux classements sont ensuite établis : un classement individuel et un classement par pays, selon le total des points de tous les participants d'une même délégation.

B. K.

1987	Rabat (Maroc)	7 pays
1989	Ibadan (Nigéria)	9 pays
1991	Nairobi (Kenya)	3 pays
1993	Dakar (Sénégal)	4 pays
1994	Yamoussoukro (Côte d'Ivoire)	3 pays
1995	Ifrane (Maroc)	6 pays
1997	Cotonou (Bénin)	4 pays
1998	Rabat (Maroc)	6 pays
2000	Le Cap (Afrique du Sud)	7 pays
2001	Ouagadougou (Burkina Faso)	8 pays
2002	Pretoria (Afrique du Sud)	12 pays
2003	Maputo (Mozambique)	12 pays
2004	Tunis (Tunisie)	
2005	Alger (Algérie)	
2006	Dakar (Sénégal)	
2007	Abuja (Nigéria)	
2008	Porto Novo (Bénin)	
2009	Pretoria (Afrique du Sud)	

Les dix-huit premières éditions des Olympiades pan-africaines de Mathématiques.

1. Une cerémonie dérangée

Au cours de la cérémonie d'accueil des Olympiades pan-africaines, on distribue des badges aux membres des équipes des douze pays participant (chaque équipe comporte cinq participants). On suppose que la distribution des badges se fait au hasard.

1. Déterminer le nombre A des distributions où aucun participant ne reçoit son propre badge.

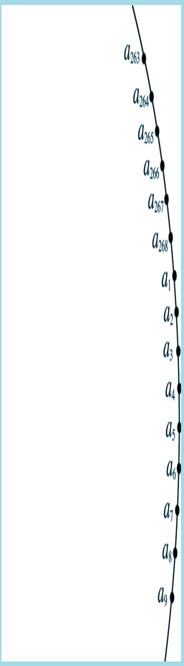
2. Déterminer le nombre B des distributions au aucun participant ne reçoit son propre badge, mais celui d'un membre de son équipe.

3. Dans un quadrilatère

Un quadrilatère ABCD est inscrit dans un cercle de diamètre [AB]. Supposons que (AB) et (CD) se coupent en I, (AD) et (BC) en J, (AC) et (BD) en K. Soit N un point de [AB].

Montrer que (IK) est perpendiculaire à (JN) si et seulement si N est le milieu de [AB].

4. Des nombres sur un cercle



Les nombres a_1, a_2…, a_{268} sont écrits sur un cercle.
Toute somme de vingt nombres qui se suivent sur le cercle est égale à 75.
On sait que $a_{17} = 3$, $a_{83} = 4$ et $a_{144} = 9$.

Trouver a_{210}.

6. L'entier mystérieux

Déterminer le plus petit entier m tel que 4 002 divise $a^m - a$ pour tout nombre entier a.

2. Un entier difficile à trouver

Soit n un entier naturel.

Montrer qu'on ne peut pas trouver d'entier naturel m tel que $3n^2 + 3n + 7 = m^3$.

5. Les trois nombres

Trois nombres réels vérifient les deux propriétés suivantes :
(P_1) Le carré de leur somme est égal à la somme de leurs carrés ;
(P_2) Le produit des deux premiers est égal au carré du troisième.

Trouver ces trois nombres.

7. Une expression à maximiser

Soient a, b, c, x, y, z des réels strictement positifs.

Déterminer la valeur maximale de l'expression suivante :

$$\frac{(a+b+c)^4}{(x+y+z)\left(\frac{a^4}{x}+\frac{b^4}{y}+\frac{c^4}{4z}\right)}$$

Solutions en page 18.