Tracer une ellipse point par point

Le problème*

L'ellipse est définie par la donnée de son centre I, de la longueur a de son grand axe et de celle, b, de son petit axe. Quand ses axes sont parallèles à ceux du repère, c'est l'ensemble des points M de coordonnées (x_M ; y_M) tels que :

$x_M = x_I + a \cos t$

$y_M = y_I + b \sin t$

où l'angle t décrit l'intervalle [0 ; 360[s'il est exprimé en degrés, [0 ; 2π[s'il est exprimé en radians. On demande de programmer le tracé d'une telle ellipse.

Complément culturel* (1)

La définition de l'ellipse donnée sous la forme $x_M = f(t)$ et $y_M = g(t)$, où le réel t décrit un intervalle, est appelée « représentation paramétrique » de l'ellipse. On peut en donner d'autres définitions, plus géométriques. Ainsi, l'ellipse est – pour faire simple – la trajectoire décrite par la Terre lorsqu'elle tourne autour du Soleil. Elle fait partie de la famille des coniques, c'est-à-dire qu'on l'obtient en faisant la section d'un cône par un plan.

Les programmes

Python

Le programme « ellipse » définit la fonction ellipse dont les arguments sont les coordonnées de son centre xI, yI et la longueur de ses axes a et b. Python travaille en radians. Afin que l'ellipse soit décrite entièrement, il suffit de prendre un intervalle de longueur 2π.

Il est nécessaire d'importer les fonctions trigonométriques de la bibliothèque « turtle » en début de programme.

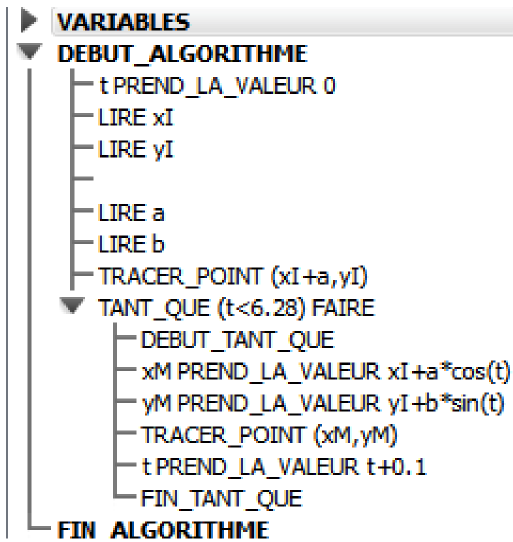
le programme

```
>>> from turtle import *
>>> from math import cos
>>> from math import sin
>>> def ellipse(xI,yI,a,b):
        reset()
        t=0
        up()
        goto(xI+a,yI)
        down()
        while t<6.29:
                xM=xI+a*cos(t)
                yM=yI+b*sin(t)
                goto(xM,yM)
                t=t+0.1
```

Scratch

AlgoBox

Les fonctions circulaires (sin et cos) du logiciel Algobox fonctionnent avec un argument en radians (c'est-à-dire qu'il faut prendre la variable t en radians et non en degrés). Le tracé des points de l'ellipse se fait lors de l'exécution dans une fenêtre graphique dont les dimensions sont à régler avant le lancement du programme.
Attention, la virgule des nombres décimaux doit être remplacée par un point.



Complément culturel* (2)

L'ellipse peut être également définie par l'ensemble des points M dont la somme des distances MF + MF' à deux points F et F' appelés « foyers » est une constante $2a$. Le centre I de l'ellipse est le milieu de [FF'] et la constante a est la longueur du grand axe]IA[définie plus haut.
La distance focale IF = c vérifie la relation :
$b^2 + c^2 = a^2$, où b est la longueur du petit axe.
L'angle t de la représentation paramétrique est également indiqué sur la figure ci-contre.