

La récursivité et Fibonacci

Le problème

Léonard de Pise (vers 1175 ; vers 1250), dit Fibonacci, fut un précurseur dans le domaine de la modélisation. Il reste célèbre pour avoir étudié une suite qui correspond à la progression d'une population de couples de lapins. Cette suite est construite ainsi :

On part de **1** et **1**, que l'on ajoute ; on obtient 2.

On prend 1 et 2, que l'on ajoute ; on obtient 3.

On poursuit ainsi le processus : le terme suivant de la suite est la somme des deux précédents.

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 2. \\ 1 + 1 + 2 &= 3. \\ 1 + 1 + 2 + 3 &= 5. \\ 1 + 1 + 2 + 3 + 5 &= 8. \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

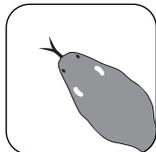
Complément culturel

La suite de Fibonacci est en relation avec le fameux *nombre d'or* $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

En effet, le rapport de deux consécutifs de ses éléments se rapproche de plus en plus de cette valeur.

€

Les programmes



Le programme « Fib » renvoie les n premiers termes de la suite de Fibonacci. La variable I est un compteur de boucles, et tant que I est inférieur ou égal à n , la boucle est effectuée.

le programme

le résultat

```
>>> def Fib(n):
    A=1
    B=1
    print(A)
    print(B)
    K=2
    while K<=n:
        C=A+B
        print(C)
        A=B
        B=C
        K=K+1
```

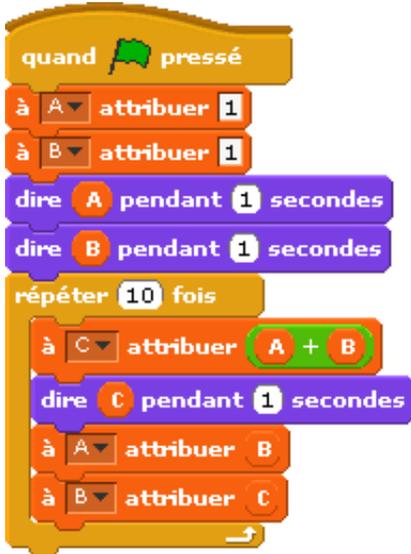
```
>>> Fib(10)
1
1
2
3
5
8
13
21
34
55
89
```

SCRATCH

avec Scratch



On définit trois variables A, B et C. On donne à A et B la valeur 1 (au départ), puis on calcule leur somme que l'on met dans C. On remplace alors A par B, et B par C, puis on calcule leur somme que l'on met dans C, on poursuit ainsi le processus.



Prolongements

La notion de récursivité est une notion centrale en informatique. Un programme est dit *récursif* lorsque, dans son déroulement, il s'appelle lui-même. On peut faire en sorte d'obtenir le terme de rang n de la suite de Fibonacci en utilisant, sous Python, le programme suivant :

le programme

```
>>> def Fibonacci (n) :
    if n==0:
        return (1)
    if n==1:
        return (1)
    if n>1:
        return (Fibonacci (n-1)+Fibonacci (n-2))
```

le résultat

```
>>> Fibonacci (10)
89
```

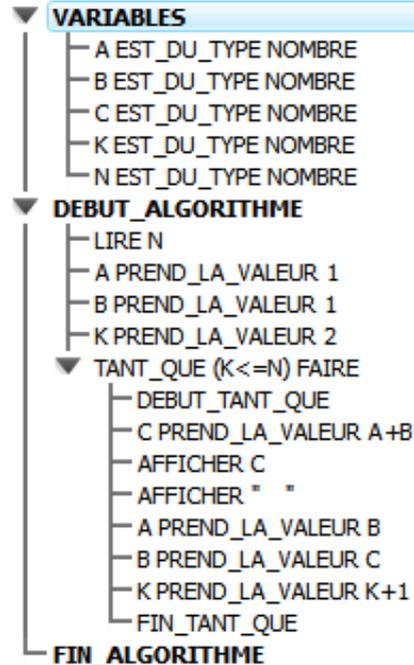


avec AlgoBox

Nous devons déclarer au départ du programme toutes les variables utilisées :

- Les variables A, B et C permettent de calculer les termes successifs de la suite ;
- La variable K est un compteur de boucles ;
- La variable N permet d'arrêter le programme.

Lors de l'affichage des termes de la suite, on affiche une espace entre deux valeurs renvoyées.



Tangente **ÉDUCATION**

Trimestriel - n°15 janvier 2011

Spécial programmation

Publié par les Éditions POLE, SAS au capital de 42 000 euros
80 bd Saint-Michel - 75006 Paris
Commission paritaire : 0112 R 89189
Dépôt légal à parution

Directeur de Publication et de la Rédaction
Coordination du numéro
Gilles COHEN

Secrétaire de rédaction : Édouard THOMAS

Rédaction du numéro : Jean-Alain RODDIER

Maquette : au journal

Marketing et Publicité
Mail : pub@poleditions.com

Abonnements : Tél. : 01 47 07 99 06
Fax : 01 47 07 88 13

Ce numéro de Tangente-Éducation
a été imprimé par Imprimerie Belz
85000 - La Roche-sur-Yon