

# Compétitions mathématiques pour le lycée

Il existe de nombreuses compétitions mathématiques pour le collège, beaucoup moins pour l'école élémentaire et le lycée. Nous avons choisi de passer en revue les rallyes et compétitions accessibles aux lycéens.

Les enseignants de collège proposent volontiers à leurs élèves, surtout d'ailleurs en classes de sixième et de cinquième, de participer à des concours et compétitions mathématiques ou dans d'autres disciplines. En lycée, on propose aussi, dans une

Des informations sur les compétitions mathématiques sont consultables sur le site du CIJM (Comité International des jeux mathématiques) [www.cijm.org](http://www.cijm.org) et dans les ouvrages *Panoramath* qu'il a publiés sur le sujet. On trouvera également les liens vers toutes les compétitions sur l'espace jeux du portail [www.infinimath.com](http://www.infinimath.com)

moindre mesure, la participation à de tels concours aux élèves de seconde. En première, les olympiades académiques sont présentes depuis maintenant plus de dix ans. La mise en œuvre généralisée de l'ac-

compagnement éducatif personnalisé devrait inciter à la création de clubs mathématiques, donc à la participation à divers concours et compétitions.

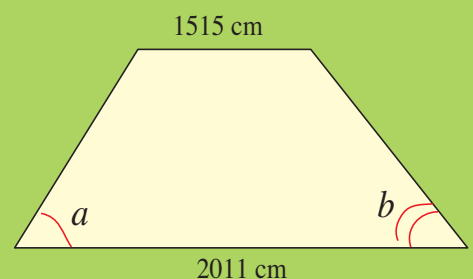
Le tableau ci-dessous présente un ensemble de compétitions internationales, nationales ou régionales accessibles aux lycéens. Nous y avons précisé les niveaux de classes qui peuvent y participer, ainsi que leur caractère individuel ou collectif (participation de groupes d'élèves ou de classes entières).

## Les compétitions proposées au lycéens

compétition	int	nat	reg	2 <sup>nde</sup>	1 <sup>re</sup>	ter <sup>le</sup>	ind <sup>l</sup>	gr <sup>pe</sup>
Championnat des jeux math <sup>ques</sup> et logiques	x	x	x	x	x	x	x	
Kangourou des mathématiques	x	x		x	x	x	x	
Olympiades académiques de Première		x	x		x		x	
Tournoi des villes	x	x	x	x	x		x	
Olympiade mathématique belge		x		x	x		x	
Rallye mathématique d'Alsace			x		x	x	x	
Mathématiques sans frontières Alsace	x		x	x				x
Rallye mathématique Antilles-Guyane			x	x	x			x
Rallye mathématique d'Aquitaine			x	x				x
Rallye mathématique d'Auvergne			x	x				x
Rallye mathématique Bombyx			x	x			x	
Rallye mathématique du Limousin			x	x	x	x		x
Mathématiques sans frontières Midi-Pyr <sup>ées</sup>	x		x	x				x
Rallye mathématique du Poitou-Charente			x	x				x

### Le trapèze (Championnat des jeux mathématiques et logiques)

Les deux bases d'un trapèze ont pour longueurs respectives 1 515 cm et 2 011 cm. Les deux angles adjacents à la grande base de ce trapèze ont pour somme  $90^\circ$ .



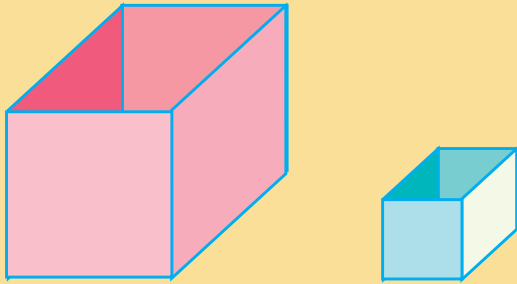
$$a + b = 90^\circ$$

Quelle est la distance entre les milieux des deux bases ?

## Les deux cubes (concours Kangourou)

J'ai deux cubes. Leurs côtés ont dix centimètres de différence.

Le grand cube est plein d'eau et le plus petit est vide. Je remplis le petit avec une partie du plus grand ; et il reste 217 litres dans le plus grand.



Combien y a-t-il alors dans le plus petit ?

- A) 512 litres    B) 729 litres    C) 1 331 litres  
D) 243 litres    E) 125 litres

## Des rectangles amicaux (Olympiades académiques de première)

On considère deux rectangles R et S dont les dimensions sont des entiers naturels non nuls.

On dira que ces deux rectangles R et S constituent une « *paire de rectangles amicaux* » lorsque le périmètre du rectangle R est égal à l'aire du rectangle S et lorsque l'aire du rectangle R est égale au périmètre du rectangle S.

1. a) Le rectangle R de dimensions 1 et 38 et le rectangle S de dimensions 6 et 13 constituent-ils une « *paire de rectangle amicaux* » ?

b) Le rectangle R a pour dimensions 2 et 10. Peut-on trouver un (ou des) rectangle(s) tel(s) que R et S constituent une « *paire de rectangles amicaux* » ? Si oui, déterminer ce (ou ces) rectangle(s).

c) On sait que le rectangle R a une dimension égale à 3 et que le rectangle S a une dimension égale à 8. Peut-on trouver des rectangles R et S constituant une « *paire de rectangles amicaux* » ?

2. On note  $a, b$  les dimensions du rectangle R,  $c$  et  $d$  les dimensions du rectangle S. On suppose que les entiers naturels  $a, b, c, d$  vérifient :  $a \leq b, c \leq d$  et  $a \leq c$ . Établir que  $1 \leq c \leq 8$  et  $1 \leq a \leq 4$ . Déterminer alors toutes les « *paires de rectangles amicaux* ».

## Rationnels en couleur (Rallye mathématique d'Alsace)

On suppose que tous les nombres rationnels non nuls ont une couleur : soit rouge, soit bleu.

On sait que 1 est rouge.

En outre, un nombre rationnel (différent de 0 et de 1) et son inverse sont toujours de couleurs différentes.

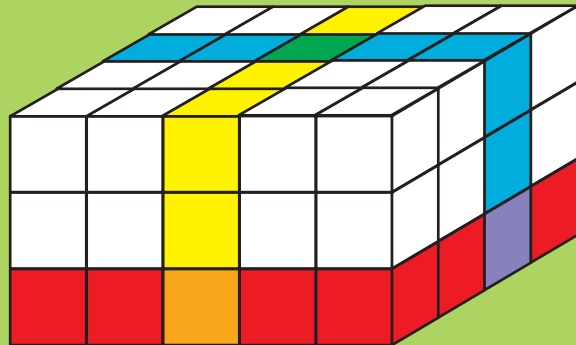
Enfin, on sait également que si  $x$  est un nombre rationnel alors  $x$  et  $x + 1$  ont la même couleur.

$$1 \quad \frac{83}{2010} \quad ?$$

Quelle est la couleur de  $83 / 2010$  ?

## Parallélépipède (Tournoi des villes)

Chacune des faces d'un parallélépipède rectangle dont les côtés sont des longueurs 3, 4 et 5 est divisée en carrés unités.



Peut-on écrire un nombre dans chacun de ces carrés de telle sorte que la somme des nombres dans chaque anneau de carrés (d'un carré de large) encerclant le parallélépipède soit égale à 120 ?

## Interro écrite (Olympiade mathématique belge)

Dans la classe d'Arthur, les interrogations sont toutes notées sur 100. Si Arthur obtient 71 à sa prochaine interrogation, alors la moyenne de toutes ses interrogations sera 83. Tandis que s'il obtient 99, alors cette moyenne sera 87.

Combien Arthur a-t-il déjà eu d'interrogations ?

Des rectangles amicaux : 1. a) Oui. b)  $S = (4; 6)$ . c) Non.

Interro écrite : six interrogations.

83 / 2010 est bleu (voir ci-dessus).  
Rationnels en couleur :

1 3 1 4 3 4 4 7 7 7 11 11 11 18 18 83 83 2010 83

Les deux cubes : A) 512 litres.

Le trapèze : 248 cm.

Réponses

d) Il existe sept paires :

(1; 54) et (5; 22),

(2; 13) et (3; 10),

(4; 4) et (4; 4),

(1; 38) et (6; 13),

(2; 10) et (4; 6),

(1; 34) et (7; 10),

(3; 6) et (3; 6).

Parallélépipède :

Oui, c'est possible. On peut par

exemple écrire 10 sur tous les carrés

des faces  $3 \times 4$ , 16 sur tous les carrés

des faces  $3 \times 5$  et 18 sur tous les car-

rés des faces  $4 \times 5$ .