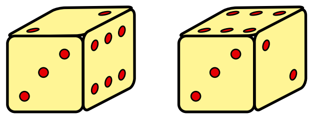
SOLUTIONS

par Michel Criton

Compétitions mathématiques pour le collège (pages 22-23)

Les dés de Didier
Les faces portant les nombres 2, 3 et 6 ont un sommet commun. Il existe deux façons de disposer ces trois faces autour de ce sommet commun (voir la figure). Pour chacune de ces façons il existe deux dispositions possibles pour le 2 (selon l'une ou l'autre diagonale de la face), deux dispositions pour le 3 (même chose) et deux dispositions pour le 6. On aura donc au total **16 dés différents**.



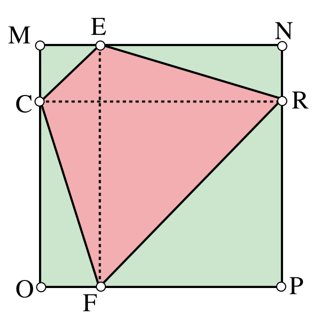
Les cinq cercles
La partie coloriée en rouge comporte un disque plein et quatre quarts de disque, soit deux disques pleins au total. La partie coloriée en jaune comporte quatre fois trois quarts de disque, soit trois disques pleins au total.
La bonne réponse est donc : **C) les 2/3**.

La paire de chaussures
Après la première augmentation, la paire de chaussures coûtait 160 euros, et après la seconde 200 euros. La seconde augmentation a donc été de 40/160, soit 1/4.
La bonne réponse est donc : **B) 25 %**.

L'équipe de foot
La somme 66 s'obtient avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5, … 11 et la somme 86 s'obtient par l'addition de onze nombres, dont 12 et 14. Il faut comprendre par conséquent que la somme, 26 (12 +14) des deux nouveaux nombres vaut 6 de plus que l'augmentation de 20 et que la somme des nombres à retirer doit être 6. Il y a deux solutions : **(1 ; 5) et (2 ; 4)**.

Gruyère
Deux étages de 9 cm^3 s'intercalent entre trois étages de 21 cm^3 d'où un volume total de **81 cm^3**.

Le cerf-volant
Le découpage du cerf-volant en quatre triangles (voir la figure) montre que l'aire du carré est le double de celle du cerf-volant, soit 2 116 cm2. On en déduit que le carré a un côté de **46 cm**.

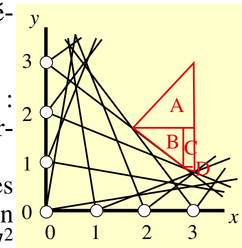


Olympiade mathématique belge (page 29)

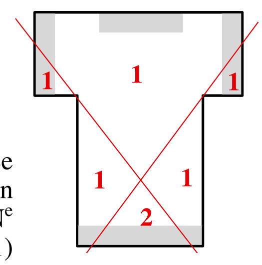
1. (A) 1 500
2. 72
3. (D) 18
4. 14
5. (D) $\dfrac{7\pi + 21}{3 + \pi} = 7$
6. (E) $\overline{bcd} - a$ divisible par 7
7. 44 cubes
8. (A) Guy a obtenu la médaille d'or

Championnat (pages 26-27)

Autofocus : 101 /315.
Raisonnons, pour des raisons de symétrie, sur la région
0 < y < x < 3 du plan, de surface 9/2.
Nous avons, dans la partie centrale :
• le triangle A (12/7 < y < x < 3) de surface 81 / (2 × 7^2)
• le triangle B (délimité par les droites « x = 20/7 » à droite, « y = 12/7 » en haut, et « 4y + 3x = 12 ») d'aire 24 / 7^2
• le rectangle C
(20/7 < x < 3 et 6/7 < y < 12/7) d'aire 6 / 7^2
• le triangle D (délimité par les droites « x = 3 » à droite, « y = 6/7 » en haut, et « 5y + 2x = 10 ») d'aire 1 / (5 × 7^2).
• Au total, nous avons une surface non traversée de :
(5 × 81 + 10 × 24 + 10 × 6 + 2) / (2 × 5 × 7^2)
= 101 / (2 × 5 × 7) = 101/70.
Rapportée à 9/2, on obtient la réponse **101/315**.

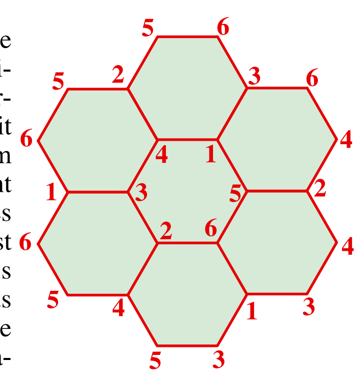


Le t-shirt
On peut obtenir **7 morceaux.**
Un exemple est donné ci-contre.



Les anti-segments
On trace d'abord N droites. Le nombre de régions du plan, que l'on peut retrouver par récurrence (la N^e droite coupe au maximum (N – 1) droites, donc elle ajoute au maximum N régions), est :
(N^2 + N + 2) / 2. On doit percer un « trou » (segment de longueur non nulle) sur chaque droite, ce qui connecte chaque fois au minimum deux régions et en fait perdre une, donc N au total. Les anti-segments partagent ainsi le plan au maximum en : (N^2 + N + 2) / 2 – N = (N^2 – N + 2) / 2 régions.
Pour N = 2011, on trouve la réponse **2 021 056.**

La ruche magique
On montre qu'un nombre peut être présent au maximum quatre fois sur le pourtour de la figure et qu'il doit apparaître au minimum deux fois, obligatoirement sur les sommets des angles rentrants de la figure. Il est impossible que trois nombres soient présents chacun deux fois sur le pourtour. La maximum réalisable est donc de **92**.



Le cube de l'année
Le plan traverse **9 099 271 petits cubes.**

3 × 3 sur 8 × 8
Le minimum réalisable est de **22 pièces.**