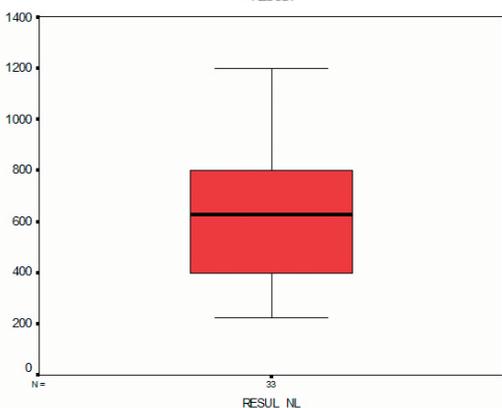
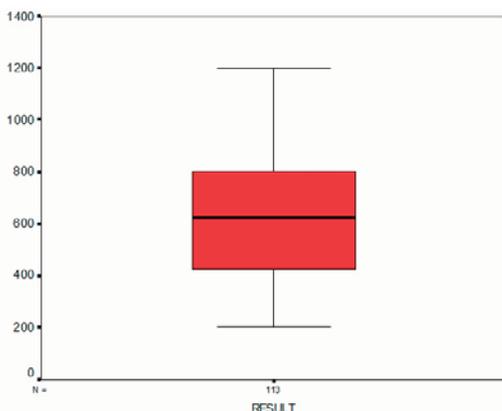


Analyse statistique « à la russe » du rallye de Bruxelles

Pour notre quatrième rallye, nous avons posé six questions assorties de compléments ou de narrations de recherche. Nous avons analysé les résultats des élèves dans un cadre statistique un peu plus développé qu'usuellement. Voici les conclusions de cette petite étude.

Dans un souci de simplification, nous avons noté chaque classe sur 12. Notre rallye est bilingue. Comparons tout d'abord les boîtes à moustaches des résultats par régimes linguistiques afin de mettre un terme à certaines assertions provocatrices.



Il semble donc que les distributions de résultats ne soient pas trop différentes. Ceci est rassurant : flamands et francophones des environs de Bruxelles ont des niveaux mathématiques comparables. Mais nous avons également fait une constatation plus étonnante : les questions en néerlandais étant traduites à partir des questions en français, le texte flamand est toujours beaucoup plus explicite que le texte d'origine. Ceci est à méditer. En effet, les questions posées comportent souvent une part de contenu implicite. Mais est-elle partagée par nos élèves ?

Statistique appliquée à la didactique

Qu'en est-il des deux fois six questions posées ? Une première matrice intéressante est celle des corrélations, qui apparaissent ci-dessous.

Matrice de corrélation^a

	Q1	Q1C1	Q2	Q2EX	Q3	Q3EX	Q4	Q4EX	Q5	Q5B	Q6	Q6EX
Q1	1,000	,209	,113	,120	,128	,124	,141	,058	,045	,032	,080	,110
Q1C1	,209	1,000	,090	,389	,190	,241	,156	,040	,008	,094	,138	,209
Q2	,113	,090	1,000	,316	,138	,132	,002	-,015	-,002	,106	-,025	,055
Q2EX	,120	,389	,316	1,000	,110	,155	,206	,135	-,029	,124	,083	,226
Q3	,128	,190	,138	,110	1,000	,894	,165	,160	,171	,180	,144	,144
Q3EX	,124	,241	,132	,155	,894	1,000	,230	,164	,164	,267	,145	,130
Q4	,141	,156	,002	,206	,165	,230	1,000	,485	,171	,288	,222	,228
Q4EX	,058	,040	-,015	,135	,160	,164	,485	1,000	,025	,230	,073	,155
Q5	,045	,008	-,002	-,029	,171	,164	,171	,025	1,000	,074	,021	,012
Q5B	,032	,094	,106	,124	,180	,267	,288	,230	,074	1,000	,230	,234
Q6	,080	,138	-,025	,083	,144	,145	,222	,073	,021	,230	1,000	,600
Q6EX	,110	,209	,055	,226	,144	,130	,228	,155	,012	,234	,600	1,000

^a Déterminant = 3,683E-02

Il apparaît que les corrélations entre les résultats aux différentes questions sont faibles, non significativement différentes de 0 pour la plupart avec

une exception concernant la question 3 et la narration qui y est attachée. Cette indépendance presque générale est surprenante étant donné les liens que nous supposons entre chaque question primaire et la demande d'explications y afférant.

L'indépendance entre résultats tend heureusement à nous conforter dans ce que nous espérons : nos questions évaluent probablement des compétences différentes. On peut aller un pas plus loin et tester la pertinence des types de questions posées en vérifiant explicitement leur non-redondance, c'est-à-dire en analysant les composantes principales de la distribution regroupée des résultats. On se retrouve là dans un espace à douze dimensions : peut-on réduire la dimension de cet espace sans perdre trop d'information ? On sait que les valeurs propres de la matrice des corrélations donnent les variances des composantes, c'est-à-dire des combinaisons linéaires des variables initiales maximisant la dispersion sous contrainte de non-déformation de l'espace (par homothétie par exemple).

Variance expliquée

Composante	Valeurs propres initiales		
	Total	% de la variance ==	% cumulés
1	1,713	24,467	24,467
2	1,117	15,953	40,420
3	1,032	14,745	55,165
4	,883	12,620	67,785
5	,811	11,583	79,368
6	,749	10,707	90,075
7	,695	9,925	100,000

Méthode d'extraction :
Analyse des principaux composants.

Total Variance Explained

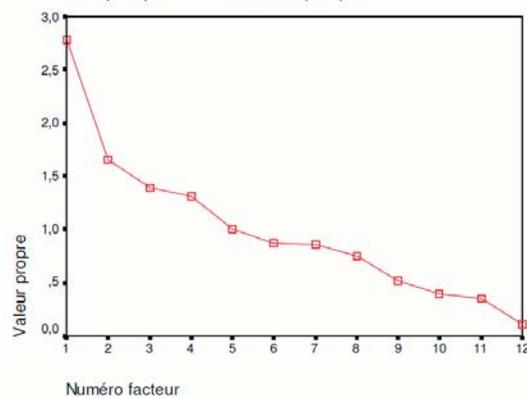
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings
	Total	% of Variance	Cumulative %	
1	1,452	24,201	24,201	1,452
2	1,143	19,048	43,248	1,143
3	1,000	16,669	59,917	1,000
4	,962	16,029	75,946	
5	,750	12,499	88,444	
6	,693	11,556	100,000	

Extraction Method: Principal Component Analysis.

La composante principale la plus lourde porte un poids de variance légèrement inférieur à 3, expliquant donc moins d'un quart des variations totales (douze variables réduites indépendantes donnent une variance totale égale à 12). Les composantes suivantes portent toutes leur part d'information. Seule la dernière semble négligeable, ce qui correspond à la seule corrélation significativement différente de 0 de la matrice des corrélations.

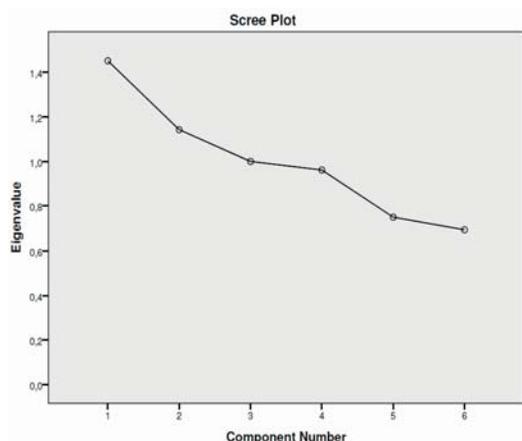
Voyons ce que l'on obtient en négligeant les narrations de recherche et les justifications. Le deuxième tableau correspondant aux six questions primaires est intéressant : on y observe que les valeurs propres sont toutes raisonnablement proches de 1, ce qui nous permet d'être optimistes : nos questions ne font pas appel de manière répétée aux mêmes compétences.

Graphique des valeurs propres

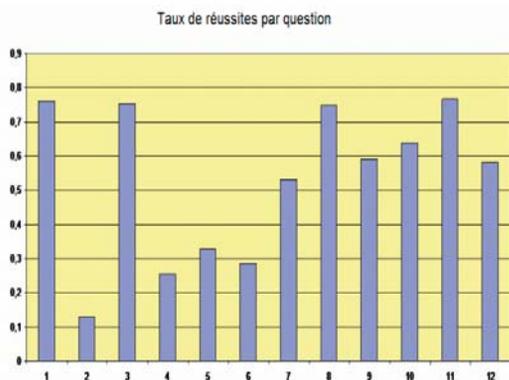


Voyons ce que donnent les graphiques des valeurs propres, toujours très parlants. En considérant douze questions, seul le passage de la valeur 1 à la valeur 2 marque une rupture (et une chute) dans les variances portées par les composantes.

En ce qui concerne la base de données réduites aux six questions primaires, la diminution des poids de variance est régulière mais minime, la dernière valeur propre (environ 0,7, couvrant encore près de 12% de l'information totale, proche des 16,7% – soit 1/6 – obtenue sans analyse factorielle). Les redondances semblent donc exclues.



Examinons à présent les taux de réussite pour les douze questions/narrations.



Ce petit graphique décrivant le niveau de difficulté de chaque question nous est bien utile. En effet, des taux de réussite inférieurs à 30% voire 20% nous interpellent et nous conduisent à reconsidérer nos choix premiers. Certes, il convient de maintenir une certaine tenue au rallye, mais ce dernier doit rester convivial, agréable. Une suite de questions auxquelles personne ne peut répondre n'aura d'autre effet que d'écartier plus encore la majorité des élèves des raisonnements mathématiques. Or notre but premier est précisément d'arriver à concilier le plaisir et l'activité mathématique, et de donner au plus grand nombre une image positive des maths. L'habillage « amusant » ne suffit pas. Il convient aussi de bien évaluer le niveau de difficulté idéal à atteindre.

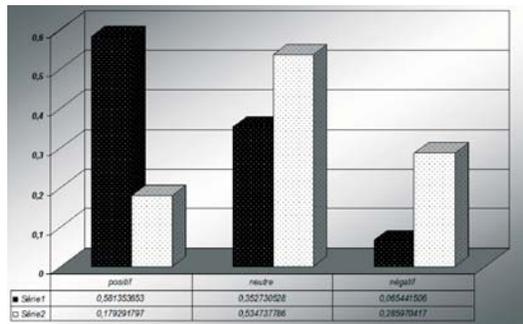
Notre petit sondage

Il est clair que le fait de procéder à l'habillage des questions et d'inclure les contenus mathématiques dans un contexte culturel nous a amusés. Mais qu'en est-il des élèves? Ne sommes-nous pas victimes de ce que l'on appelle le « décalage motivationnel » entre des animateurs aveuglés par leur enthousiasme et des élèves ne pouvant profiter pleinement des aspects ludiques de ce qui reste malgré tout une activité liée à l'école, et donc à un système coercitif? Nous avons procédé à un petit sondage et voici les questions que nous leur avons posées :

« Les exercices qui précèdent ont tous été "habillés à la russe", ce qui a beaucoup amusé les auteurs des questions. Mais qu'en est-il des élèves qui ont dû y répondre? Donner votre avis en complétant le tableau suivant (nombre d'élèves par case). »

	Est-ce positif?	Est-ce neutre?	Est-ce négatif?
Du point de vue de votre « amusement »			
Du point de vue de la difficulté des questions			

Nous avons regroupé les résultats cumulés des réponses à ces questions dans les histogrammes qui suivent, donnant également les fréquences observées.



On le constate, la plupart des élèves considèrent les exercices travestis culturellement comme amusants (58%) ou sont indifférents (35%). Par contre, ils

sont assez nombreux (près de 30%) à considérer que l'introduction du facteur culturel (variable didactique supplémentaire) complique les choses, alors que seuls 18% de ces élèves considèrent que l'introduction du facteur culturel facilite les choses. Pour la seconde question, la majorité est sans opinion. Voilà qui est intéressant : la mise en situation concrète est vécue par beaucoup comme un accroissement des difficultés du problème. Les mathématiques scolaires sont très souvent engluées dans un cadre formel, cadre dont elles ne sortent pas souvent. Les élèves ne sont pas habitués à considérer les mathématiques comme « applicables », utilisables concrètement. Il y a là un paradoxe. Les mathématiques constituent en fait l'unique moyen élaboré avec difficulté par notre cerveau pour appréhender, comprendre et gérer des problèmes réels. On touche là à l'un des objectifs majeurs devant être mis en place dans le cadre de l'évaluation des compétences. Il semble réaliste d'estimer que ce nouveau cadre, bien appliqué, devrait relever le niveau des exigences.

Il est également intéressant d'analyser la corrélation existant entre les réponses au sondage et les résultats globaux des groupes d'élèves.

Matrice de corrélation

	AMUS_POS	AMUS_NEU	AMUS_NEG	DIFF_POS	DIFF_NEU	DIFF_NEG	RESU_LT
AMUS_POS	1,000	-,791	-,282	,151	-,028	,037	,177
AMUS_NEU	-,791	1,000	-,156	-,076	,188	-,064	-,110
AMUS_NEG	-,282	-,156	1,000	-,067	-,024	,143	-,126
DIFF_POS	,151	-,076	-,067	1,000	-,442	-,281	-,126
DIFF_NEU	-,028	,188	-,024	-,442	1,000	-,622	,233
DIFF_NEG	,037	-,064	,143	-,281	-,622	1,000	-,147
RESULT	,177	-,110	-,126	-,126	,233	-,147	1,000

Certaines valeurs sont curieuses et ne vont pas toujours dans le sens attendu. On observe évidemment une corrélation positive entre résultat et contentement (elle est très faible, non significative : 0,17) et une corrélation négative entre résultat et mécontentement (également très faible : -0,126) mais on a également une corrélation négative entre résultat et difficulté positive, ce qui tend à montrer que les élèves qui répondent moins bien ne sont pas toujours conscients de leurs problèmes et de la difficulté rencontrée. À moins que

sans avoir nécessairement trouvé la solution, ils aient eu néanmoins du plaisir à sa recherche, au travail dans un cadre concret, une fois n'est pas coutume. Cette dernière hypothèse devrait être confirmée mais n'est pas à écarter.

La plupart des élèves semblent donc prendre du plaisir à nos petites questions « emballées ». Et cela nous le constatons chaque année lors de nos finales *live*. Mais, outre son côté amusant, notre présentation culturelle permet également d'intégrer les mathématiques dans une certaine réalité, loin de l'apparente futilité des questions liées aux cours. Elle met les maths au même niveau que la littérature, l'histoire, la géographie, ou même certains loisirs comme le cinéma ou la bande dessinée. Dans le chef des élèves, ceci est nouveau. Pour nous c'est fondamental.

Nous demandons aussi régulièrement des narrations de recherche succinctes. Elles sont loin d'être inutiles, comme on l'a vu lors de l'analyse de la première matrice des corrélations entre les douze questions, puisque les évaluations de ces narrations constituent des variables indépendantes des variables « évaluation de la réponse au problème posé ». Encore une fois, loin des systèmes comptant « pour des points », le rallye est un laboratoire exceptionnel pour ce genre de démarche qui, en situation d'interrogation, déstabilise les élèves qui sont peu habitués à retranscrire leurs démarches parfois erronées, même lorsque celles-ci conduisent à de bons résultats. L'intérêt des narrations est là : elles permettent de faire apparaître des points positifs dans certains raisonnements, même si ces derniers ne mènent pas nécessairement à la solution. Elles mettent aussi en évidence les lacunes des élèves et donnent de précieux renseignements quant aux façons d'y remédier.

Ce qui nous récompense, c'est le plaisir des élèves lors de la finale et lors de la distribution des coupes. Curieusement, ce ne sont pas toujours les classes que les professeurs attendent qui se retrouvent en finale : plusieurs enseignants nous ont déjà confié qu'une de leur classe récompensée s'était révélée bien meilleure et plus conviviale après le rallye. Il suffit parfois de persuader les gens qu'ils sont bons pour qu'ils le deviennent !