Finale du cinquième rallye mathématique

2007 fut le moment de l'organisation de la première finale *live* regroupant nos huit meilleures classes. Moment d'angoisse : comment les jeunes allaient-ils réagir ?

F1.1 Trouver chaussure à son prix

Une paire de chaussures qui coûtait initialement 100 € a subi une première augmentation de 60 %. Une seconde augmentation a ensuite amené le prix au double du prix initial.

Quel est le taux de cette seconde augmentation ?

F1.2. Mais où est Nouméa ?

Un avion part de Nouméa et doit faire escale sur Lifou, Ouvéa et Maré puis revenir sur Nouméa. L'ordre de passage dans les îles est au libre choix du pilote.

Combien de trajets peut-il faire ?

F1.3. Il y en a un peu plus : je vous le mets ?

Dans l'égalité suivante, vous devez noircir deux cases de votre choix (à l'exception bien sûr de celle contenant le symbole d'égalité), de façon à obtenir une véritable égalité.

Quelles sont les cases à noircir ?

1	+	5	x	5	-	1	4	x	3	=	7	x	9

F1.4. Des coupes et découpes (pour la coupe ?)

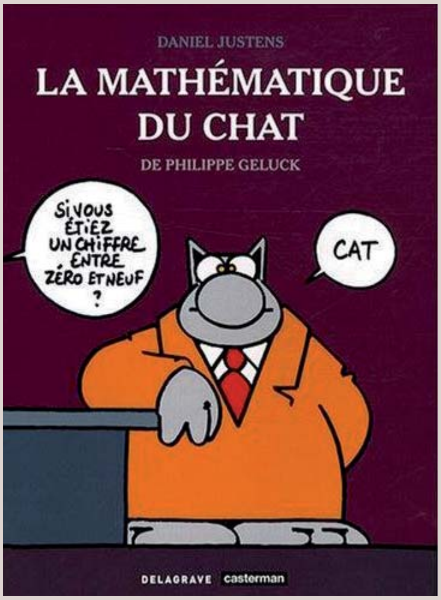
Vous disposez d'une feuille blanche rectangulaire de 19 cm sur 24 cm.

Combien d'étiquettes, également rectangulaires, de 3 cm sur 7 cm, pouvez-vous y découper au maximum ?

Mars 2008 : sixième rallye

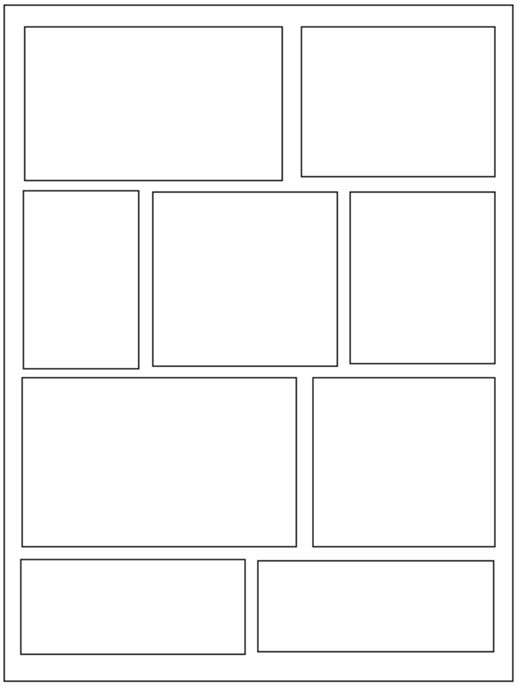
Les maths en BD avec Pythagone.

2008 est l'année de la publication de *la Mathématique du Chat*, qui met en évidence les liens pouvant exister entre la bande dessinée et les mathématiques (voir le site images.math.cnrs.fr/La-mathematique-du-Chat.632.html et *Tangente* 142). Les *strips* de Philippe Geluck font la part belle aux mathématiques… Mais ils sont loin d'être les seuls !

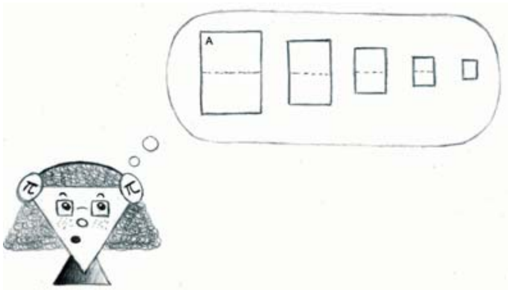


6.1. La première planche de Pythagone

Laetitia, la dessinatrice de Pythagone, met en page son premier gag d'une planche sur une page de format A4 (29,7 cm × 21 cm). Elle décide de laisser à gauche et à droite une marge de 1,6 cm, et une marge de 2,3 cm en haut et en bas.
Elle prévoit quatre bandes, et envisage une histoire en neuf cases : trois cases sur une bande et deux sur chaque autre bande comme présenté sur le dessin ci-contre (attention, il n'est pas à l'échelle).
Entre chaque ligne et entre chaque case, elle souhaite laisser une séparation de 5 mm.
Quelle est en cm^2 l'aire de la surface destinée au dessin ?
Quel pourcentage de la feuille est occupé par des cases ?



6.2. Problème de pagination



On vous demande de construire un mini-livre devant contenir un gag des aventures mathématiques de Pythagone.
• Écrivez un grand A sur le bord supérieur gauche d'une feuille A4 (29,7 cm × 21 cm).
• Pliez cette page quatre fois selon la médiane perpendiculaire au côté le plus long.
• Après pliage, découpez les trois côtés extérieurs de manière à obtenir un mini-livre en numérotant les pages obtenues après le pliage-découpage à partir de 1 (jusqu'à…).
À quelle page peut se trouver le grand A si l'on plie toujours alternativement de bas en haut et de gauche à droite ?
Y a-t-il d'autres possibilités si l'on ne plie pas alternativement comme demandé ?
Justifier chaque réponse trouvée par un pliage non découpé à ajouter au formulaire réponse.

6.3. L'importance du phylactère

Dessinez votre proposition et expliquez votre raisonnement. (Les calculs s'effectueront avec la valeur approchée 3,14 pour π . Ne considérez que la surface des parties de disque et non les petites « flèches » indiquant l'interlocuteur.)

6.4. Question gastrologique

6.5. Les piles qui tombent pile

La grand-mère de Laetitia doit déménager sa collection complète de *Tintin*, *Spirou*, *Chick Bill* et *Ric Hochet*, qui comporte 204 bandes dessinées (BD).

Chaque BD mesure 22,9 cm × 30,3 cm × 0,8 cm et pèse 415 grammes.

Pour déplacer les BD, elle dispose de caisses de 40 cm × 35 cm × 30 cm. Chaque caisse pèse 355 grammes.

Combien de BD peut-on placer au maximum dans chaque caisse ?

De combien de caisses a-t-on besoin si chaque caisse ne peut dépasser 12 kg, étant donné les problèmes de dos de la grand-mère ?

Finale du sixième rallye mathématique

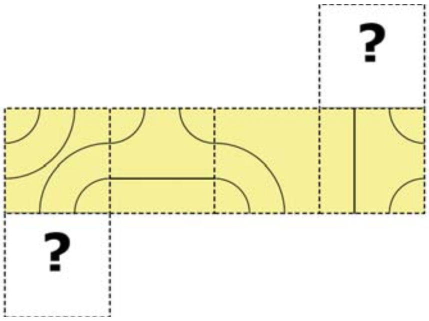
F2.1. Les trois opérations

En utilisant une seule fois chacun des nombres 2, 5, 7 et 8, trouver comment obtenir 55 à l'aide de trois opérations différentes.

F2.2 Le dé mystère

Sur un dé à six faces, Pythagone s'est amusée à dessiner un circuit fermé. Malheureusement, une partie du dessin a été effacée (voir sur la page ci-contre, en haut).

Pourrez-vous le compléter ?



F2.3. Combien d'*Astérix* valent huit *Tuniques bleues* ?

Un nouveau magasin Troc & BD vient d'ouvrir. À l'entrée, on peut lire :

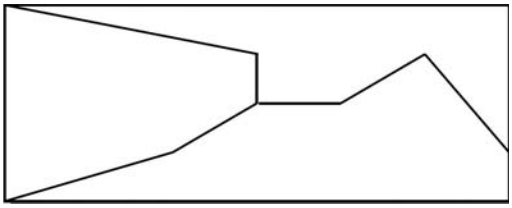
« Venez échanger vos BD :

- ✍ 2 "Spirou" = 3 "Tintin",
- ✍ 4 "Gaston" = 3 "Astérix",
- ✍ 4 "Tuniques Bleues = 3 "Spirou",
- ✍ 2 "Mafalda" = 3 "Tintin",
- ✍ 2 "Gaston" = 1 "Mafalda". »

Combien d'*Astérix* puis-je recevoir avec huit *Tuniques Bleues* ?

F2.4. Quelle partie chacun a-t-il reçue ?

Pour que les trois enfants ne se disputent plus, Papa a dessiné trois zones sur le tapis de jeu. Maud a reçu la partie de gauche, Kevin la partie du haut et Nancy la partie inférieure droite.



Quelle partie du tapis chacun a-t-il reçue ?

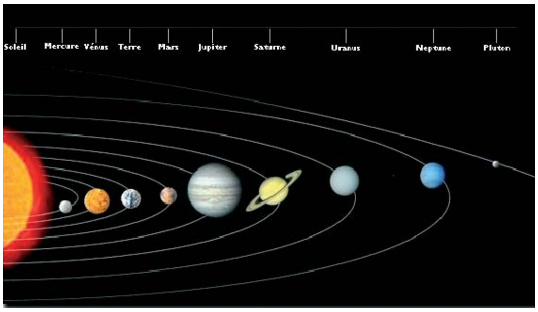
2009 : année astronomique

En route pour Maths en orbite !

Le lecteur devinera sans mal qu'il y a un admirateur de *Star Trek* dans le groupe rallye. Au-delà de l'aspect désuet et *kitch* de ces épisodes surannés, qui peut charmer, on y retrouve aussi un idéal humaniste peut-être utopique mais résolument optimiste. Rendons hommage à Gene Roddenberry, le réalisateur de cette série qui a su l'imprégner d'un idéal de solidarité et d'égalitarisme, à contre-courant de l'idéologie dominante aux États-Unis.

7.1. Explorer de nouveaux mondes étranges

Une sonde spatiale est envoyée dans l'espace. Sa mission de cinq ans : parcourir successivement sept planètes, Vénus, Mercure, Mars, Jupiter, Saturne, Neptune et Uranus.



On sait que la sonde atteindra d'abord Saturne, Neptune avant Jupiter, Mercure après Neptune et Uranus, Mars avant Uranus et Uranus après Vénus et Jupiter.

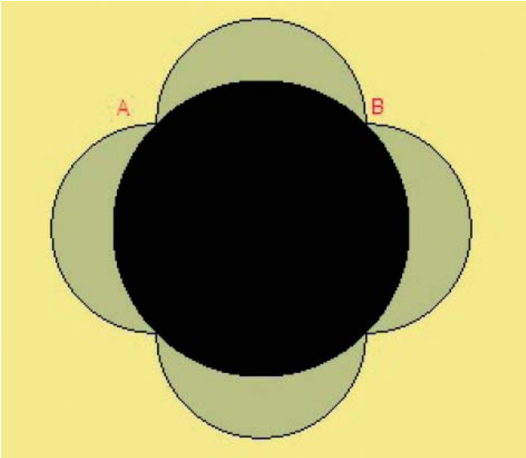
Quels sont les différents trajets possibles pour la sonde spatiale ?

Écrire un premier trajet possible.

Écrire tous les autres trajets possibles.

7.2. Observations télescopiques

L’étonnant alignement de planètes photographié en page précédente présente au télescope la configuration ci-dessous.



Calculer l’aire de la surface grisâtre, sachant que le diamètre du disque noir vaut quatre unités et que la distance entre A et B, diamètre du disque dont une partie est grisâtre sur l’image, vaut $\sqrt{8}$, c’est-à-dire environ 2,828.
Écrire les différentes étapes de votre raisonnement.

7.3. Curieuses pratiques monétaires

Le Capitaine Kirk et son officier scientifique Spok viennent de se rematérialiser sur la planète Betamax. Assez curieusement, on y utilise comme monnaie d’échange des boutons, des fruits secs, des coquillages, des galets, des peaux de lapin et des pierres précieuses.
Les échanges se font selon les cours suivants :
1 peau de lapin = 50 boutons = 16 coquillages = 36 galets = 1 / 4 pierre précieuse = 30 fruits secs.

Comment Kirk et Spok peuvent-ils payer exactement 1,56 peau de lapin avec moins de cinquante objets ? Donner une solution. Donner le plus de solutions possibles.

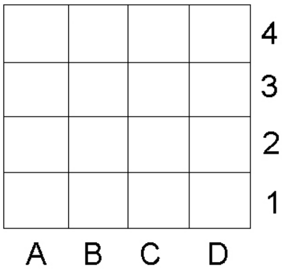
7.4. Les C.C.C. – Civilisations-Carrés-Cubes

Une sonde spatiale a découvert une civilisation inconnue, et se déplace autour d’un pâté carré de constructions qui sont constituées d’assemblages de cubes. Elle ramène de son parcours les informations suivantes.

Vue côté ABCD.

Vue côté 1234.

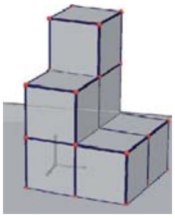
Indiquer sur le quadrillage ci-contre une solution possible (dans chaque carré, indiquer le nombre de cubes à dessiner).

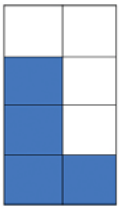


Quel est le nombre minimum de cubes nécessaires pour l’ensemble des constructions ? Quel est le nombre maximum de cubes nécessaires pour l’ensemble des constructions ?

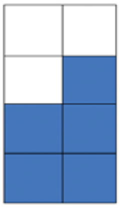
Aide

Pour la structure ci-dessous à gauche, on aurait eu les indications suivantes :





Vue côté AB.



Vue côté 12.

(Ne pas hésiter à utiliser du matériel concret comme les Lego…)

7.5. Comprenons les brenoms

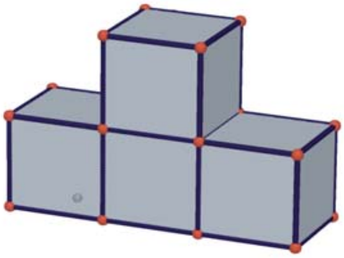
Sur la planète Brenom, les nombres s'écrivent également en base dix, mais de droite à gauche. Ainsi 45 s'écrit 54.
Un enfant de cette planète a reçu comme exercice la soustraction suivante :
« 123 centaines 4 unités – 5 068 = … »
Donner la réponse de ce calcul en utilisant la notation « brenom ».

Troisième finale *life*

Dans un auditoire surchauffé !

F3.1. De quoi ai-je l'aire ?

Calculer l'aire totale d'un solide constitué de quatre cubes d'arête 4 cm disposés ainsi :

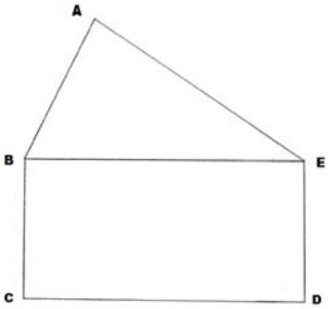


F3.2. Se prendre la tête au carré

Il s'agit de partager un rectangle de dimension 240 mm × 168 mm en le plus petit nombre de carrés possible. Les carrés ne doivent pas être tous égaux, et la mesure de leur côté doit être un nombre entier de millimètres.
Quel est le nombre de carrés obtenus ?
Quelle fraction irréductible du rectangle de départ représente le plus petit carré obtenu ?

F3.3. Les traits sûrs menant au trésor

Trouver le trésor caché à l'intérieur des ruines de ce temple dédié au dieu Mathematicoatl sachant qu'il est situé :



- **à même distance de A et B,**
- **sur le cercle comprenant les points B, C et E.**

F3.4. Il y a des maths partout

Abdel, Béatrice, Cyril et Dora exercent chacun une profession liée aux mathématiques (architecte, astronome, professeur de mathématiques ou statisticien).
Pourrez-vous retrouver laquelle, sachant que :
- aucune fille n'est professeur de mathématiques,
- c'est un garçon qui est statisticien,
- si Dora est professeure de mathématiques ou architecte, alors Abdel est statisticien,
- si Béatrice n'est pas astronome, alors Cyril est architecte.

Mars 2010 : huitième rallye

Nous nous perdons dans les Labymaths !

8.1. Comprendre la labyméthode

Une méthode pour trouver à coup sûr la sortie d'un labyrinthe comportant une seule entrée et une seule sortie a été proposée vers 1890 par le Français Trémaux.

Pierre Trémaux (1818–1895) était à la fois architecte (second prix de Rome), orientaliste et photographe. Il est l'auteur du livre *Origine et Transformations de l'homme et des autres êtres* (1865), qui fit l'admiration de Karl Marx et qui, surtout, fait de lui le précurseur de la théorie des équilibres ponctués.

Pour faire le lien avec le rallye BD, signalons que l'algorithme de Tremaux a été utilisé dans la série de dessins animés des *Simpson* (Saison 18, épisode 20 : *Petit Papa Noël super flic*) dans lequel Lisa propose cette méthode pour trouver la sortie d'un labyrinthe constitué de parois de maïs.

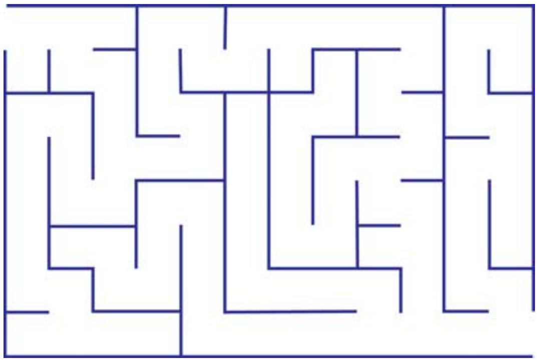
La voici exposée de manière algorithmique :

✍ Pour démarrer, on prend le chemin qui se trouve le plus à sa droite. Si c'est un cul-de-sac, on revient sur ses pas ; si on arrive à un carrefour, on prend un chemin quelconque encore non exploré ;

✍ Si on arrive à un carrefour déjà exploré, on revient sur ses pas ;

✍ Si on arrive à un carrefour déjà exploré par un chemin parcouru dans l'autre sens, on choisit si possible un chemin non exploré, sinon on choisit un chemin parcouru dans un seul sens.

Pourriez-vous l'illustrer sur le labyrinthe ci-dessous (labyrinthe construit à partir du site www.echodelta.net/mafalda/mafalda.htm) en indiquant clairement à l'aide d'un trait continu comment ce labyrinthe peut être parcouru ? Et quel serait le chemin le plus court ?



8.2. Sortir du labynombre

En page ci-contre se trouve un tableau de nombres que l'on ne peut parcourir qu'en suivant certaines règles définies ci-dessous.

On vous demande d'indiquer un chemin permettant de sortir du labyrinthe, sachant que l'on ne peut pas se déplacer en diagonale et qu'on ne peut passer d'un nombre à un autre que si le second est un multiple du premier ou un diviseur impair du premier.

Par exemple, de la case 20, on peut passer à la case 40 (multiple de 20) ou à la case 5 (diviseur impair de 20), mais pas à la case 4 (diviseur pair de 20).

Trouver le chemin le plus court possible (et le dessiner dans une autre couleur s'il est différent du chemin précédent) et expliquer pourquoi il est le plus court.

→	12	36	18	9	33	11	1	
	6	9	72	36	3	22	33	
	18	24	3	45	15	60	66	
	9	72	2	90	10	120	15	
	36	2	70	5	50	25	75	
	4	32	7	35	450	75	150	
	96	9	63	189	9	144	6	
	32	81	54	27	81	9	108	
	2	27	3	54	18	3	12	→

8.3. Construire un labycercle

Arthur veut construire un labyrinthe circulaire dans son jardin.

Il sera constitué de cinq parois, cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 et 5 m.

Chaque paroi circulaire sera ouverte à n'importe quel endroit sur 1,2 m (à mesurer sur l'arc de cercle) pour permettre un passage.

Entre les différents cercles successifs, il décide d'ajouter une paroi la plus courte possible, mais placée n'importe où.

On vous demande :

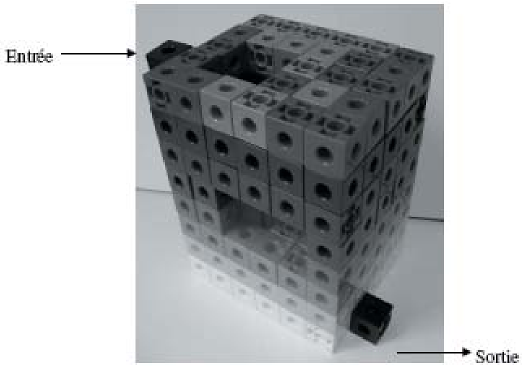
✍ **de dessiner sur une feuille séparée, agrafée au questionnaire, un plan possible pour ce labyrinthe à l'échelle 1/50,**

✍ **de calculer la longueur totale des parois à prévoir, en précisant votre raisonnement.**

8.4. Comment sortir d'un labycube

Sara a construit un immeuble en cubes. Elle l'a ensuite percé de deux tunnels. Elle a également placé un robot dans le cube noir d'entrée.

Désireux de vous reposer un peu ? Voici le coussin idéal !



Indiquez au robot le chemin le plus court pour arriver au cube noir de sortie, sachant que le robot peut traverser les faces des cubes, mais doit rester à l'intérieur de l'immeuble.

Liste des commandes possibles :

avant / arrière, haut / bas, et gauche / droite.

Quelle est la suite d'instructions ?

8.5. Construire un labylibre sous contraintes

On vous demande de construire le labyrinthe le plus original possible avec les contraintes suivantes (joindre une feuille séparée agrafée au questionnaire) :

✍ **le labyrinthe est un hexagone régulier dont chaque côté mesure 8 cm,**

✍ **l'entrée et la sortie sont situées sur des côtés non opposés de cet hexagone,**

✍ **chaque couloir a 2 cm de large.**

Finale du rallye 2010

F4.1 La fonction des barres de fractions

Compléter les barres de fraction de l'expression suivante.

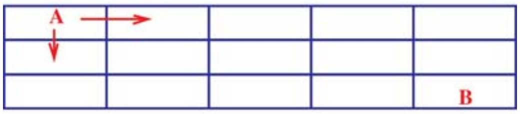
Combien de résultats sont possibles ?

Lesquels ?

Écrivez-les sous la forme de fractions irréductibles.

2
--
3
--
4
--
5

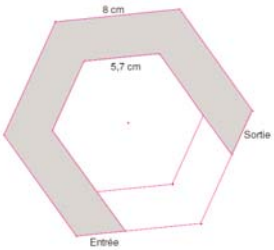
F4.2. Quadrillages multiples



Combien y a-t-il de trajets les plus courts possibles, tous différents, pour aller de A à B en se déplaçant uniquement horizontalement ou verticalement d'une case à l'autre ?

F4.3. Le fil d'Ariane

Une classe a proposé comme labyrinthe le dessin suivant.



Chaque côté du grand hexagone mesure 8 cm, la distance entre les deux hexagones est de 2 cm et chaque côté du petit hexagone mesure environ 5,7 cm.

Quelle est l'aire totale du chemin grisé ?

F4.4 Grandeur et décadence des labyrinthes

Pour mieux adapter un labyrinthe à une affiche, on décide d'augmenter sa longueur de 20 % et sa largeur de 50 %.

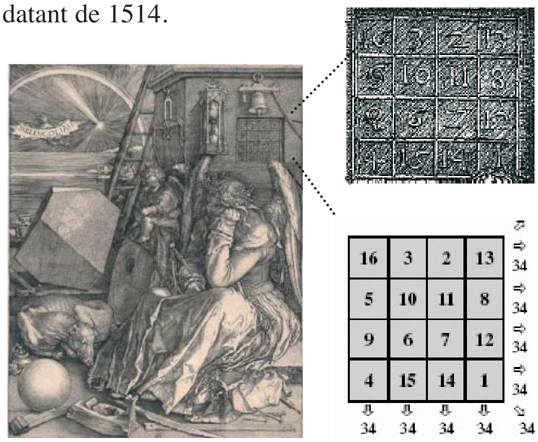
De quel pourcentage son aire a-t-elle augmenté ?

Mars 2011 : c'est la mathémagie du 9e rallye

9.1. Le carré magique

Un *carré magique* est un carré dont la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est identique.

Voici un exemple de carré magique célèbre, repris d'une gravure de Dürer, intitulé *Mélancolie* et datant de 1514.



16	3	2	13	34
5	10	11	8	34
9	6	7	12	34
4	15	14	1	34
34	34	34	34	34

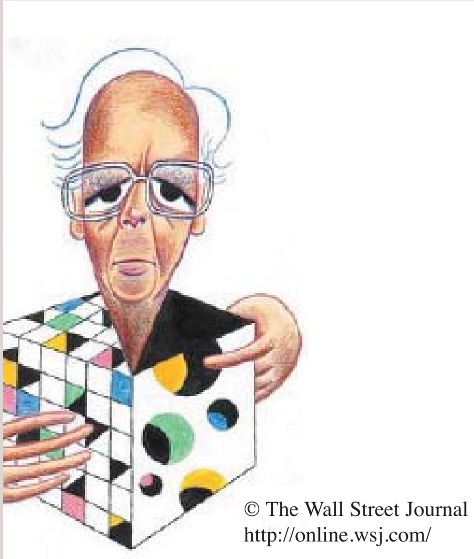
Ici, chacune des sommes vaut 34.

Compléter le carré magique ci-dessous.

11			20	3
	12		8	16
17		13		9
10	18		14	
	6		2	15

9.2. Naissance de Martin Gardner

Martin Gardner fut à la fois un magicien, un écrivain et un spécialiste des énigmes et des jeux mathématiques. Mais quand est-il né ?



© The Wall Street Journal
http://online.wsj.com/

Retrouvez sa date de naissance
(n^{o} de jour / n^{o} de mois / année en quatre chiffres)
à l'aide des informations suivantes :

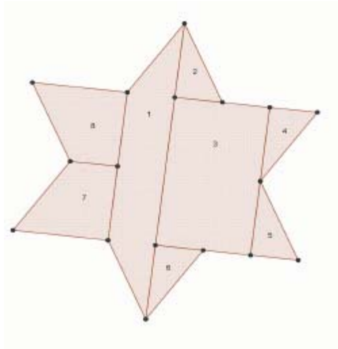
✍ Martin Gardner est né entre 1700 et 2000 ;
✍ Son jour de naissance est un multiple de 3 ;
✍ Son jour et son mois de naissance sont chacun le produit de deux nombres premiers ;
✍ Le PPCM de son jour et de son mois de naissance est 210 ;
✍ Son année de naissance est le produit de quatre nombres premiers différents ;
✍ Son année de naissance est un multiple de 66.

Quelle est donc la date de naissance de Martin Gardner ?
Précisez votre raisonnement.

9.3. Fragments d'étoiles

Catastrophe ! D'un coup de baguette magique un peu fort, un magicien fait tomber tout son matériel et casse son étoile mystérieuse.

Il doit en récolter les morceaux et indiquer pour chacun la fraction (irréductible) de l'aire de la grande étoile qu'il constitue.

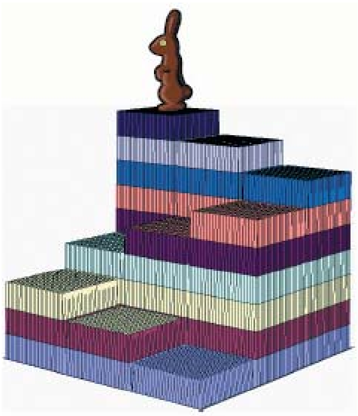


Pouvez-vous l'aider ?

9.4. Explosion de formes

Leina Nomald est spécialiste en tours de cartes.
Mais aujourd'hui elle tente une nouvelle expérience : elle prend deux cartes de son jeu et les découpe de la même manière, en sectionnant un coin. La forme obtenue pour chacune des cartes est un trapèze rectangle dont la grande base mesure deux fois la petite base, et dont la hauteur a la même longueur que la petite base.
Chaque carte est équipée de cinq repères : un aux quatre coins et un au milieu de la grande base.
En juxtaposant les deux cartes bord contre bord et repère contre repère, il est possible de créer différentes formes. **Dessinez-les.**
Les cartes peuvent être déplacées, retournées et éventuellement superposées.

9.5. Le podium à lapins



Pour présenter tous les lapins issus de son chapeau, notre magicien doit se construire un podium.

Il pense en créer un comme ci-contre, composé d'un empilement de blocs à base carrée, de différentes couleurs mais de mêmes dimensions.

Combien de blocs seront nécessaires ?

Le magicien veut repeindre toutes les parois latérales visibles en une même couleur. Sachant que chaque bloc a pour base un carré de 30 cm de côté et une hauteur de 10 cm, et qu'avec un litre de peinture on peint 1 m^2, quelle quantité de peinture sera nécessaire ?

Détaillez votre raisonnement.

Les questions de la finale 2011

Voici qu'elles apparaissent, comme par magie !

F5.1. Le tour de la ficelle

Avec une ficelle de 28 cm de long, j'ai pu entourer un carré de 7 cm de côté. Lætitia me dit que si ma ficelle entoure un disque, l'aire de la surface obtenue sera plus grande.

Quelle sera l'aire ajoutée en suivant sa proposition ?

F5.2. Cartes à points

À l'aide des informations ci-dessous, vous devez trouver les valeurs de ♦, ♣, ♥ et ♠, sachant que ♦ vaut 2.

Attention, ce ne sont peut-être pas des nombres entiers !

♥ + ♦ = ♠ + ♠

♦ + ♣ + ♣ = ♠ + ♥ + ♥

♦ + ♠ = ♠ + ♠ + ♥

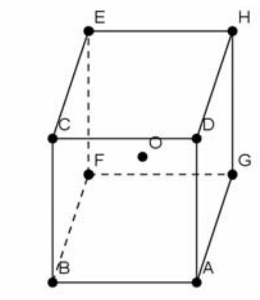
♥ + ♣ + ♣ = ♠

F5.3. Mini-opérations

À l'aide des nombres 1, 2 et 3 pris chacun une seule fois, obtenir chacun des nombres de 1 à 9. (Par exemple, pour 0, on peut écrire : « 3 – 2 – 1 = 0 » ou « 3 – (2 + 1) = 0 ».)

F5.4. Des triangles dans un cube

Dans un cube ABCDEFGH de centre O, on trace un triangle isocèle ABO.



Trouver tous les triangles déterminés à l'aide de certains des neuf points proposés et superposables à ABO.

Le rallye 2012

Le rallye 2012 se déguste sous la bannière de l'année de la gastronomie à Bruxelles sous un label (rappelant un peu Mary Poppins et son mot magique imprononçable), le label Brusselicious.

10.1. Combien de parts pour votre cœur ?

Pour la Saint-Valentin, Aline a réalisé une quiche en forme de cœur. Elle se demande maintenant en combien de parts au maximum (pas forcément égales) elle pourrait couper ce cœur en n'utilisant que des coupes en ligne droite.

Les parts ne peuvent pas être déplacées entre les coupes. Plus précisément :

Combien de parts au maximum sont possibles en un coup de couteau (dessiner la ligne droite en vert) ?
Combien de parts au maximum sont possibles en deux coups de couteau (dessiner les lignes droites en bleu) ?
Et comme le disait le célèbre utilisateur de couteaux Ramon Zarate : de plous en plous difficile…
Combien de parts au maximum sont possibles en quatre coups de couteau (dessiner les lignes droites en rouge) ?

10.2. C'est du gâteau !

Pour le dessert, Alice, Benoît, Chloé, David, Esra et Farid doivent se répartir six gâteaux.

✍ Alice n'aime pas le chou à la crème, alors que Benoît raffole de la frangipane.

✍ Farid ne prend le chou à la crème que si Esra prend le moka.

✍ David hésite entre l'éclair au chocolat, le merveilleux et la tartelette aux fruits.

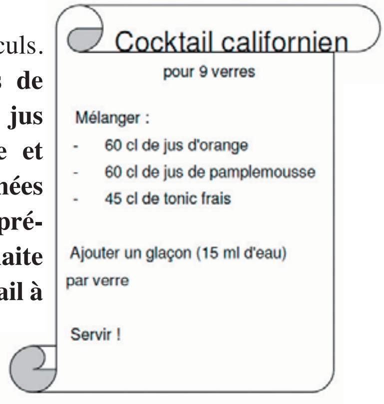
✍ Le gâteau de Chloé commence par la même lettre que celui d'Esra.

✍ Esra prend la tartelette si Alice prend l'éclair.

Que va manger chacun ?
Expliquer votre raisonnement.

10.3 Mélanges de jus au jugé

Quelle contenance minimale (en cl) devra avoir chaque verre de la recette du cocktail californien ?
Notez tous vos calculs.
Quelles quantités de jus d'orange, de jus de pamplemousse et de Tonic (exprimées en litres) faut-il prévoir si l'on souhaite proposer ce cocktail à 24 personnes ?



10.4. Un partage original

Dominique a réalisé un gâteau au chocolat parallélépipédique.

Les dimensions de sa base sont celles d'une feuille A4 (29,7 cm par 21 cm) et sa hauteur mesure 4 cm.
Elle voudrait le partager à l'aide d'un couteau et de sections droites en vingt-quatre parts égales mais se présentant de la façon la plus originale possible. Les parts ne peuvent pas être déplacées entre les coupes.
Proposez-lui une solution.

10.5. Partage et commerce inéquitables

La famille de Lucas est allée ramasser des noisettes. Ensemble, ils en ont ramassé 960.
Ils ont décidé que les deux parents se partageraient une moitié, et que les enfants se partageraient le reste en fonction de leur âge.
Par exemple, comme Lucas a 12 ans et Marie en a 4, Lucas recevra trois fois le nombre de noisettes de Marie.
Lucas a aussi un frère, Kevin, de 6 ans et une sœur, Astrid, de 10 ans.
Combien de noisettes recevra chacun ?