

Le calcul formel pour trouver des identités

Vincent Thill est un mathématicien amateur qui utilise un logiciel de calcul formel pour résoudre des équations diophantiennes de degré supérieur à 2, trouver des égalités multigrades, des algorithmes numériques, des chaînes de cubes ou de puissances, etc. (voir son site Internet <http://vincent-thill.fr/> et son livre *Curiosités arithmétiques*, dont *Tangente* 129 a rendu compte en page 14).

Il part d'égalités paramétrées existantes et en modifie les paramètres pour en obtenir de nouvelles. Voyons un premier exemple avec des puissances sixièmes. On part d'une égalité paramétrée entre une somme de trois puissances sixièmes et une somme de trois autres puissances sixièmes :

$(ad + b)^6 + (c - 2d)^6 + (de + f)^6 = (ad - b)^6 + (c + 2d)^6 + (de - f)^6$ où $a = 11x - 4y$, $b = x$, $c = 2(y - 3x)(y - 2x) + x^2$, $d = y - x$, $e = 2y - 3x$, $f = 2y - 5x$, avec $y^2 = 6x^2 + 1$. Cette égalité, due à Tito Piezas III (voir euler.free.fr) possède une solution évidente pour $(x, y) = (2, 5)$, qui fournit malheureusement une égalité entre deux sommes des mêmes cubes. Mais en remplaçant y par $y(24x^2 + 1)$ et x par $24x^3 + 3x$ dans $y^2 = 6x^2 + 1$, algorithme qui permet de passer d'une solution d'une équation de Pell-Fermat telle que $y^2 = 6x^2 + 1$ à une autre solution de la même équation, on obtient le couple $(x, y) = (198, 485)$, qui conduit à cette jolie solution :

$$17\,126^6 + 4\,807^6 + 26\,973^6 = 26\,983^6 + 5\,094^6 + 17\,027^6.$$

On peut encore généraliser le paramétrage initial de la façon suivante :

$(ad + (y - 1)b)^6 + (c - 2(y - 1)d)^6 + (de + (y - 1)f)^6 = (ad - (y - 1)b)^6 + (c + 2(y - 1)d)^6 + (de - (y - 1)f)^6$. On doit alors avoir $y = 3x^2 + 1/2$, qui permet d'obtenir une égalité entre deux sommes de trois puissances sixièmes à partir d'un entier x quelconque.

Donnons un second exemple avec l'équation de Markov $a^2 + b^2 + c^2 = 3abc$, dont on cherche des solutions entières. En posant $b = 3a + 2d$ et $c = 3a(3a + 2d) - 2$, on arrive à l'équation de Pell-Fermat $d^2 = 2a^2 - 1$. On passe d'un couple solution de cette équation à un autre couple solution en remplaçant d par $4a + 3d$ et a par $3a + 2d$. On obtient ainsi successivement les couples (a, d) de solutions de l'équation de Pell-Fermat : (1, 1), (5, 7), (29, 41), (169, 239), (985, 1393), etc. Ceci correspond donc aux triplets de Markov (a, b, c) suivants : (1, 5, 13), (5, 29, 433), (29, 169, 14 701), (169, 985, 499 393), etc.

Calculatrices : HP revient parmi les grands

Rappelez-vous. Il y a vingt ans, la référence en matière de calculatrices s'appelait Hewlett-Packard. Ses ingénieurs, à l'origine en particulier de la fameuse notation polonaise inversée et de la première intégration du calcul formel dans les calculatrices, avaient porté la marque au sommet de la renommée.

Et voilà qu'un jour les dirigeants de l'entreprise ont changé de politique, laissant leurs concurrents Texas Instruments et Casio leur passer devant sur ce marché qui ne supporte pas l'inertie. Mauvais calcul !

Car si le calcul ne rapporte pas autant que d'autres activités, il permet de fixer dans l'esprit des jeunes utilisateurs l'image d'une société innovante. Il aura fallu attendre 2013 pour que les stratégies de HP comprennent leur erreur et proposent une nouvelle gamme de calculatrices pour l'éducation annoncée pour tous les niveaux : HP300S+ pour le collège, HP39GII pour le lycée et HP PRIME annoncée en septembre pour les classes prépas.

Un nouveau type d'école d'informatique

Xavier Niel, fondateur de Free, a annoncé la création d'une école d'informatique d'un genre nouveau, l'école 42 (c'est son nom : l'équipe pédagogique sera constituée de quarante-deux personnes, et les locaux seront situés dans un bâtiment de 4 242 m² à Paris). Autre signe particulier, cette école sera gratuite et accessible à toute personne entre 18 et 30 ans, titulaire ou non du baccalauréat (d'ailleurs, quarante mille candidatures ont déjà été reçues). Elle devrait accueillir mille étudiants par promotion, sélectionnés sur leur motivation, qui seront formés durant trois années pour devenir l'« élite numérique » de demain. Au programme des cours qui seront proposés : des enseignements théoriques (algorithmes, sécurité, programmation, compilation, intelligence artificielle, cryptographie, langage formel, architecture réseau, parallélisme, bases de données, multimédia, *cloud computing*...) mais surtout des projets. Même si 42 ne délivrera aucun diplôme officiel, les compétences de ses élèves attireront probablement de nombreuses entreprises qui peinent, par pénurie de développeurs en France, à recruter dans ce secteur. La Société informatique de France a cependant émis des réserves sur ce projet.