Solutions du rallye des rallyes de Tangente Éducation *23 (p. 18–19)*

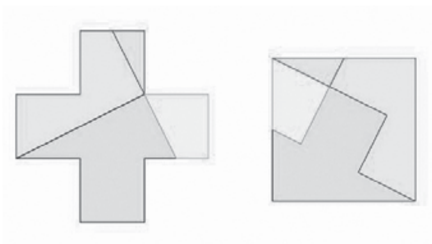
(extraites du site Internet www.rts.ch/decouverte)

Amnistie à la prison de Sikinia

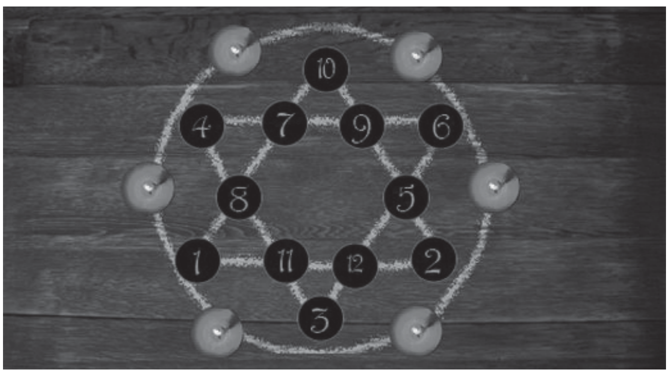
On tourne successivement d'un demi-tour les boutons :
- de toutes les portes,
- puis celui des cellules dont le numéro est un multiple de 2,
- ensuite celui des cellules dont le numéro est un multiple de 3,
- puis celui des cellules dont le numéro est un multiple de 4,
- …

Par exemple, comme 6 est multiple de 1 (!), de 2, de 3 et de 6, le bouton de la cellule 6 sera tourné quatre fois. Mais 1, 2, 3 et 6 sont exactement les diviseurs de 6. Donc, le bouton d'une cellule est tourné exactement autant de fois que le numéro de la cellule possède de diviseurs. Reste à savoir quels sont les nombres qui ont un nombre impair de diviseurs.
Les diviseurs vont toujours par paires (par exemple, $1 \times 6 = 2 \times 3 = 6$) ; les seuls nombres ayant un nombre impair de diviseurs sont les carrés parfaits, car c'est seulement dans ce cas qu'un diviseur est apparié avec lui-même (par exemple, $16 = 1 \times 16 = 2 \times 8 = 4 \times 4$).

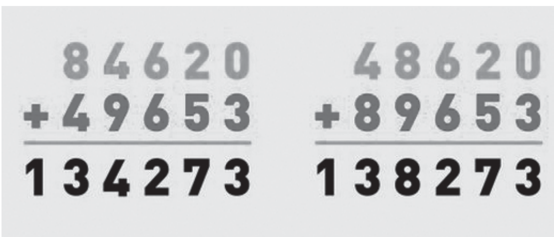
Deux coups de ciseaux pour un carré



Numéromancie



Pommes, poires, abricots…



Droites en folie

La solution est donnée par la formule $(n - 1) \times n / 2$, où n est le nombre de points.
L'idée est la suivante : par chaque point passent $n - 1$ droites. Comme on a n points, on a $(n - 1) \times n / 2$ droites, la division par deux provenant du fait que l'on compte chaque droite deux fois.
On peut faire aussi un autre raisonnement. Prenons comme exemple le nombre de droites passant par huit points ($n = 8$), que l'on nomme A, B, C, D, E, F, G et H.
Par le premier point (A) passent les sept droites qui relient A aux sept autres points.
Par le deuxième point (B) passent aussi sept droites : celle qui passe par A (que l'on a déjà comptée) et les six droites qui relient B aux six points (respectivement C, D, E, F, G et H).
Par le troisième point (C) passent également sept droites : les deux droites qui passent respectivement par A et par B (que l'on a déjà comptées) et les cinq droites qui relient B aux cinq points, respectivement D, E, F, G et H.
Et ainsi de suite.
Autrement dit, pour trouver le nombre de droites passant par huit points, on additionne $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$.
Ce raisonnement montre que compter les droites passant par n points revient à additionner les nombres de 1 à $n - 1$.

*Solutions des pages 12 et 13 (*Tangente Éducation *24)*

Somme de multiples

La somme des multiples de 7 inférieurs à 1 000 est égale à $142 \times 143 \times 7 / 2 = 71\,071$.
La somme des multiples de 11 inférieurs à 1 000 est égale à $90 \times 91 \times 11 / 2 = 45\,045$.
Il faut enlever la somme des multiples de 77, qui ont été comptés deux fois : $12 \times 13 \times 77 / 2 = 6\,006$.
On obtient finalement $71\,071 + 45\,045 - 6\,006 =$ **110 110**.

Approximant

Henri Eugène Padé est né en 1863.

Avec la mer du Nord

Il s'agit du livre *Flatland*, écrit en **1884** par Edwin Abbott (1838–1926). Voir le hors-série 49 de *Tangente*, *les Mathématiques de l'impossible*, page 23, pour des compléments sur cet ouvrage.

Médailles en chocolat

Niels Henrik Abel est né **le 5 août 1802** à Frindoë (Norvège)