

# LES ÉQUATIONS DU MENTALISTE

À partir d'un tour de cartes assez classique, une généralisation est proposée, utilisant la résolution d'une équation du premier degré, et faisant intervenir la somme de termes consécutifs en progression arithmétique.

Nous connaissons tous le tour magique utilisant vingt et une cartes, et qui consiste à demander à un partenaire d'en choisir une mentalement sans la divulguer, pour finir par la retrouver après une série de manipulations : nous y avons tous joué étant enfant.

## Un tour de cartes classique

$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_3$	$c_3$
$a_4$	$b_4$	$c_4$
$a_5$	$b_5$	$c_5$
$a_6$	$b_6$	$c_6$
$a_7$	$b_7$	$c_7$

Le jeu consiste à étaler les cartes en trois colonnes selon le schéma ci-contre et à demander au partenaire de désigner la colonne contenant « la » carte choisie.

Supposons (sans perte de généralité) que la carte appartienne à la colonne  $b$ . Le mentaliste ramasse d'abord une autre colonne (la  $c$  par exemple), puis la « bonne », puis la troisième (ici la colonne  $a$ ).

En toute généralité, avant manipulation, le rang de la « bonne carte » était compris entre 1 et 21. Après ramassage, il est compris entre 8 et 14.

Un nouvel étalement identique au premier nous permet de constater que les positions de la bonne carte sont à présent confinées aux lignes 3, 4 ou 5.

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_4$	$a_5$	$a_6$
$a_7$	$b_1$	$b_2$
$b_3$	$b_4$	$b_5$
$b_6$	$b_7$	$c_1$
$c_2$	$c_3$	$c_4$
$c_5$	$c_6$	$c_7$

On demande une deuxième fois au partenaire de désigner la bonne colonne et on procède au même ramassage que précédemment. Après ce deuxième ramassage, les « candidats » seront situés, quel que soit le choix, entre les rangs 10 et 12. Un nouvel étalement des cartes placera systématiquement les deux ou trois candidats en quatrième ligne et lors du troisième ramassage l'unique candidat restant se situera en onzième position. Rien de bien compliqué.

*Quand le mathématicien  
s'approprié  
un tour de cartes.*

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_4$	$a_5$	$a_6$
$a_7$	$a_8$	$a_9$
$b_1$	$b_2$	$b_3$
$b_4$	$b_5$	$b_6$
$b_7$	$b_8$	$b_9$
$c_1$	$c_2$	$c_3$
$c_4$	$c_5$	$c_6$
$c_7$	$c_8$	$c_9$

Mais le mathématicien peut se demander comment généraliser le procédé. Combien de cartes peut-on ajouter en conservant la routine ?

- En fait, passer à vingt-deux cartes ne pose aucun problème : il faut simplement veiller à ce que le deuxième étalement place tous les candidats sur trois mêmes lignes. Ceci détermine le processus de ramassage : il y a toujours une colonne de sept cartes sans candidat, ce qui assure la condition.

- Considérons à présent un jeu de vingt-trois cartes. Il faut que les « candidats » se dispersent sur les troisième, quatrième et cinquième lignes au deuxième étalement. Il faut donc ramasser en premier lieu la colonne de huit cartes sans candidats. En effet, la colonne ramassée en premier lieu est redistribuée *in fine*.

- La routine se conserve-t-elle au-delà ? On constate que dès vingt-quatre cartes, des problèmes se posent toujours. Par contre, le cas de vingt-sept cartes (dessin du bas) est intéressant. Le rang initial de la bonne carte est compris entre 1 et 27. Il passe à la fourchette [10, 18] après un ramassage, à la fourchette [13, 15] après le deuxième, pour se retrouver inéluctablement en 14<sup>e</sup> position *in fine*.

## Du jeu d'enfant au jeu du matheux

Mais il y a moyen de faire beaucoup mieux. Cela demande d'une part de préparer le jeu, et ensuite de résoudre une équation du premier degré. Ce qui est intéressant, c'est que toutes les manipulations peuvent être réalisées par le spectateur sans intervention du magicien.

En voici une présentation dans la fiche ci-contre. On travaille avec un nombre de cartes multiple de 3. La routine est présentée avec vingt et une cartes par analogie avec le tour précédent, mais elle se généralise sans problème à un paquet de  $3n$  cartes. Elle est même beaucoup plus impressionnante avec cinquante et une cartes !

D.J. & C.M.

## Fiche : Le jeu du matheux

### Le déroulement du tour

- 1) Le mentaliste demande à un spectateur de constituer trois paquets de  $n$  cartes (sept dans l'exemple), en les créant successivement à partir du haut du jeu de cartes : d'abord le premier paquet, puis le deuxième et enfin le troisième.
  - 2) Il demande alors au spectateur de choisir l'un des paquets que lui seul peut explorer. Il peut même mélanger les cartes du paquet. Le magicien lui demande alors d'en choisir une qu'il doit mémoriser et déposer face cachée au sommet du paquet.
  - 3) Il demande ensuite au spectateur de sélectionner un des deux autres paquets, d'en prendre le haut (un nombre de son choix) et de le poser sur le premier paquet (qui contient la carte choisie).
  - 4) Puis il demande au spectateur de placer le tas de cartes ainsi constitué au milieu du troisième paquet, celui qui n'a pas encore été utilisé.
  - 5) Il lui demande enfin de placer les cartes « résidus » du deuxième paquet (celui qui a été coupé) au sommet du tout.
  - 6) Le magicien demande alors au spectateur d'étaler les cartes une à une, à sa meilleure convenance en insistant sur le fait qu'il ne connaît pas le nombre de cartes situées au-dessus et au-dessous de la carte choisie... ce qui est parfaitement vrai.
- À ce stade, le mentaliste ne sait rien. Néanmoins, lors de l'étalement, il sera à même de désigner la bonne carte.**

### L'explication : repérage à partir de cartes clés

- 1) Il convient de situer et de retenir trois cartes, des cartes « clés ». On va les placer en positions  $n$ ,  $2n$  et  $3n$ . On peut opter pour des cartes faciles à retenir comme le valet de pique, la dame de cœur et le roi de trèfle, en veillant à ne pas les rendre trop « évidentes ». Lorsque le partenaire constitue les trois tas, les cartes clés doivent se placer naturellement aux trois sommets des trois tas.
- 2) Supposons que le spectateur choisisse le paquet contenant la dame de cœur (celle-ci ne servira plus) : il mélange le paquet, en sélectionne une carte qu'il pose au sommet du petit tas. Celui-ci est alors constitué de  $(n - 1)$  cartes plus « la » carte à découvrir : C. Remarquons que cette carte peut être la carte clé du paquet choisi. Notons la position  $(n - 1) + C$  (cartes à partir du bas).
- 3) Le spectateur pose ensuite un certain nombre de cartes ( $x + 1$ ) au-dessus du paquet en sachant que la carte « top » de celles-ci est une des cartes clés (que le mentaliste connaît :  $c_1$ ) mais sans connaître  $x$  (il sait juste que  $x$  varie dans la fourchette  $[1, n - 1]$ ). Nous en sommes donc au paquet  $(n - 1) + C + x + c_1$ . On sait aussi qu'il reste  $(6 - x)$  cartes non encore distribuées.
- 4) Traitons à présent la manipulation du 3<sup>e</sup> paquet. On le coupe et on insère le « gros » paquet contenant la carte C au « milieu » laissant  $y$  cartes au-dessous. La deuxième carte clé utilisable est au sommet du nouveau paquet. On arrive à la configuration :
 
$$y + (n - 1) + C + x + c_1 + (n - 1 - y) + c_2.$$
- 5) Il reste à compléter le tout en posant le résidu du deuxième paquet constitué de  $(n - 1 - x)$  cartes au dessus du tout pour obtenir  $y + (n - 1) + C + x + c_1 + (n - 1 - y) + c_2 + (n - 1 - x)$ .
- 6) En étalant les cartes une à une, le magicien observe les valeurs de  $(n - 1 - x)$  en bas et  $(n - 1 - y)$  entre  $c_1$  et  $c_2$ , ce qui lui permet de déterminer  $x$  et, par différence,  $y$ , donc de localiser la carte C en position  $y + (n - 1)$  à partir du haut.



### Un exemple concret

Ici, la carte clé « dame de cœur » ne joue aucun rôle. Seuls comptent les valet de pique et roi de trèfle. Il y a cinq cartes avant le valet de pique. Ce qui correspond à  $(6 - x)$  dans notre exposé ;  $x$  vaut donc 1. Après l'apparition de la deuxième carte clé en fonction, à savoir le roi de trèfle, il faut laisser passer une seule carte. La carte choisie par le partenaire est donc la carte retournée sur la photo !

Notre mentaliste peut s'il le veut procéder à la manipulation et retourner lui-même la carte cherchée, ajoutant ainsi à l'étonnement des spectateurs.

### Une variante

Au lieu de constituer les trois paquets successivement, le magicien peut demander au spectateur de les étaler carte par carte. Dans ce cas, la préparation du paquet est différente puisque les trois cartes clés seront choisies en dessous du paquet.