par Dominique Souder

Fiche 5 : Trouver un nombre pensé

Matériel nécessaire : *papier, feutres de couleur*
Public visé : *écoliers ou collégiens*

Le déroulement du tour

15	**27**	*16*	**28**
25	**17**	*26*	**18**
6	*38*	**5**	**37**
7	**35**	*8*	**36**

• Choisissez mentalement un des nombres écrits sur le carton ci-dessus.
• Donnez, de haut en bas, la couleur (grise ou noire) de chacun des nombres de la colonne où il se trouve, mais en changeant la couleur de votre nombre choisi (si votre nombre est gris, dites « noir » quand vous arrivez sur lui, et *vice-versa*).
Le magicien se fait alors un plaisir de retrouver immédiatement le nombre choisi !
Comment procède-t-il ?

L'explication

Le tour repose sur un code :
À chaque ligne est affecté un nombre que le magicien additionne quand on lui indique « noir », et dont il ne tient pas compte si on lui indique « gris ».
Les coefficients affectés aux lignes sont, de haut en bas : 10, 20, 1, 2.

Prenons l'exemple du nombre 26, le magicien compte :
0 (premier nombre gris) + 20 (le 26 est changé en noir donc compte pour 20, le coefficient de la ligne 2) + 1 (le 5 est noir et la ligne compte pour 1) + 0 (le 8 est gris). Total = 21.
Le total trouvé doit alors se voir ajouter systématiquement 5 (ceci pour rendre plus difficile l'identification du truc).
Le magicien calcule 21 + 5 = 26 et annonce le nombre choisi : « 26. »

Nous vous laissons déterminer la façon dont on peut construire une telle table.

Fiche 6 : Le billet de banque

Matériel nécessaire : *un billet de banque de la zone euro*
Public visé : *collégiens ou lycéens*
Concept clé : *preuve par 9*

Le déroulement du tour

Le billet ci-dessus, donné par un spectateur, comporte un numéro composé d'une lettre et de onze chiffres.
Il les communique au magicien en omettant le dernier chiffre (X2244143823).
Le magicien retrouve pourtant celui-ci (5).
Comment a-t-il fait ?

L'explication

La lettre doit être remplacée par son numéro dans l'alphabet. On remplace donc X par 24 à gauche des onze chiffres et on obtient, pour le billet : 24 22441438235.
On cherche le reste de la division par 9 de ce nombre. C'est le même que celui de la division par 9 de la somme de ses chiffres.
La somme des chiffres est 44, et comme 44 = 9×4 + 8, le reste est 8.
Ce n'est pas un hasard ! Le saviez-vous ? Les billets sont conçus par la Banque de France pour que le reste de la division de leur numéro (obtenu en remplaçant la lettre par le numéro de sa place dans l'alphabet) par 9 soit toujours 8.

Dans notre exemple, le magicien lit :
24 2244143823.
Voici son travail pour trouver le chiffre manquant à droite...
L'addition des chiffres donne 39.
Elle doit donner 8 de plus qu'un multiple de 9.
On pense à 36, plus 8 égale 44. De 39 à 44 il manque 5.
Le dernier chiffre est donc 5, c'est celui caché par le spectateur.

Cas particulier
Si la somme conduit déjà à un reste égal à 8, le dernier chiffre pourrait aussi bien être 0 que 9. Mais la Banque européenne a décidé qu'un numéro ne se terminerait jamais par 0. Donc on conclut dans ce cas que le chiffre caché de droite est un 9.

Fiche 7 :
Puissances de dix et produit magique

Matériel nécessaire : *On utilise le carton de seize cases ci-dessous et quatre pions*
Public visé : *collégiens ou lycéens*

dix	10^{-2}	10^{2}	10^{5}
un centième	10^{-5}	un dixième	10^{2}
cent	10^{-1}	mille	100^{3}
cent mille	100	un million	un milliard

Le déroulement du tour

Le spectateur doit poser quatre pions : un seul pion par ligne, un seul pion par colonne.
Le magicien demande :
« Quel est le produit des nombres écrits sous les quatre pions ?
Écrivez-le en chiffres sous forme décimale, puis sous forme de puissance de dix.
Écrivez-le en lettres. »
Le magicien retourne un papier sur lequel est écrit la valeur de ce produit, qui est toujours la même, quelle que soit la disposition des quatre pions.
Pourquoi ?

L'explication

Quels ont été les préparatifs du magicien ?
• Le carton de seize cases a été découpé dans une feuille qui comportait en plus une ligne grise au-dessus et une colonne grise à gauche.
• Dans les huit cases grises, le magicien a écrit huit nombres sous forme de puissances de dix.

×	10	10^{-2}	10^{2}	10^{5}
1	10	10^{-2}	10^{2}	10^{5}
10^{-3}	10^{-2}	10^{-5}	10^{-1}	10^{2}
10	10^{2}	10^{-1}	10^{3}	10^{6}
10^{4}	10^{5}	10^{2}	10^{6}	10^{9}

Chaque case blanche est l'intersection d'une ligne grise horizontale et d'une colonne grise verticale. Dans chaque case blanche, le magicien a écrit le résultat de la multiplication entre la valeur grise de la colonne et la valeur grise de la ligne.
Par exemple, à l'intersection de la colonne de 10^2 et de la ligne de 10^4 il y a $10^2 \times 10^4 = 10^6$.

Le tableau de seize cases blanches est donc une table de Pythagore donnant les résultats d'une multiplication. Chaque nombre placé sous un pion est le produit de deux nombres gris : l'un de la ligne grise, l'autre de la colonne grise.
Comme il n'y a qu'un seul pion sur la même ligne, on ne peut utiliser deux fois le nombre gris de cette ligne pour des jetons différents. Comme il n'y a qu'un seul pion sur la même colonne, on ne peut utiliser deux fois le nombre gris de cette colonne pour des jetons différents.
Les quatre jetons utilisent donc les huit nombres gris. Le produit des quatre jetons est égal au produit des huit nombres gris, c'est pour cela qu'on trouve toujours le même résultat final.
Ce produit est égal à $1 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^4 \times 10 \times 10^{-2} \times 10^2 \times 10^5 = 10^8$,
soit 100 000 000 (ou cent millions).
Dans l'exemple ci-dessus, pour les cases comportant un pion, le produit des quatre pions donne bien :
$10^5 \times 10^{-5} \times 10^3 \times 10^5 = 10^8$.