

DES OBJETS POUR MANIPULER EN CLASSE

Un nombre, un point, une droite sont des objets mathématiques. Bien qu'ils n'existent pas physiquement, nous sommes capables de les manipuler par la pensée. D'autres objets, matériels cette fois, qui peuvent être qualifiés de mathématiques, sont utilisables pour sensibiliser les élèves à la démarche expérimentale.

De nos jours, la majorité des acteurs de la formation s'accordent sur la nécessité pour l'apprenant d'être actif pendant l'apprentissage. L'utilisation de supports matériels et d'objets réels à manipuler place les élèves en situation de recherche, leur permettant de se représenter un problème, d'émettre des conjectures, de les tester et, dans le cas idéal, d'en chercher une démonstration. La possibilité de faire des manipulations crée ainsi des conditions pour expérimenter en agissant sur l'environnement.

Une autre raison d'utiliser les objets réels comme support d'apprentissage provient des récentes études concernant le rôle du corps dans les processus cognitifs. L'enfant se développe en se déplaçant et en interagissant avec son environnement. Les pensées abstraites se construiraient ainsi à partir de manipulations d'objets concrets (voir le dossier « maths et psychologie » de *Tangente* 159). En outre, le maniement d'objets en trois dimensions permettrait d'enrichir les représentations mentales et d'aller plus loin dans le processus d'abstraction.

Une tentative de classification des objets



Une règle à calcul, fréquemment utilisée avant l'avènement des calculatrices.

On peut trouver toutes sortes d'objets manipulables par des élèves. Ils conduisent à différents types d'activités et d'apprentissages, aussi bien dans un contexte scolaire pour tester d'autres façons d'enseigner qu'en animation extra-scolaire pour une exploration ludique des mathématiques. On peut les classer en fonction des actions qu'ils permettent de réaliser.

Mesurer, tracer

Les premiers outils mathématiques auxquels on pense sont en fait des instruments, plus ou moins connus, servant à mesurer, calculer, tracer. Créés en premier lieu pour des besoins précis, industriels, scientifiques ou commerciaux (arpentage, menuiserie, cartographie, navigation...), ils sont à présent presque tous remplacés, dans les pratiques professionnelles, par leurs équivalents numériques. Ces outils permettent néanmoins, dans un contexte scolaire, des illustrations pratiques de notions abstraites, leur maniement conduisant à faire établir un lien direct entre les théorèmes mathématiques et l'environnement de l'élève (voir dans ce numéro l'article sur les instruments anciens). On retrouve ainsi le théorème de Thalès derrière le carré géométrique (photo p 15), le système décimal de position dans le boulier chinois, les homothéties dans le pantographe...

La découverte de ces outils est également une occasion d'ouverture culturelle vers le patrimoine mondial scientifique et technique.

Chercher, expérimenter

Depuis quelques années, des objets-situations font leur apparition dans les classes. Ils offrent un support matériel à des problèmes de recherche et permettent la rétroaction qui initie une démarche expérimentale.

Jadis connus sous le nom de "récréations mathématiques", ces objets sont les supports de problèmes faisant intervenir des notions mathématiques parfois ardues. Permettant une entrée simple dans des théories complexes, ils présentent l'intérêt de populariser la recherche en mettant cer-

tains énoncés à la portée de tous (*Inventions mathématiques*, le livre de Jean-Paul Delahaye qui vient de remporter le Prix Tangente du livre, en est un exemple). On peut citer les très connus Tour de Hanoi, Tangram et autres objets récréatifs, terme que nous préférons à celui de casse-tête, qui ne leur rend pas hommage.

Lorsqu'ils matérialisent une situation de recherche, ces objets sont utilisés dans les classes pour donner un sens à certains concepts transversaux : condition nécessaires et suffisantes, méthodes de raisonnements, logique... (voir la brève sur Maths à Modeler en page 11). L'objet sert ici à faire émerger un processus de résolution. Il perd d'ailleurs tout son intérêt lorsque le processus est trouvé (voir encadré).

Fabriquer, créer

Les objets d'art mathématiques fascinent, car ils donnent à voir la beauté des structures ou des symétries qui les composent. Leur reproduction par des élèves permet une exploration de ces structures géométriques souvent très riche d'enseignements. Beaucoup de travaux de classe reposent sur la fabrication et l'étude de ces objets (comme les polyèdres – voir page 22).

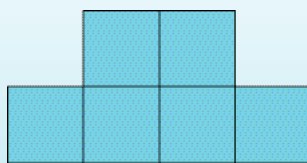
La fabrication d'objets pose aussi des problèmes d'ingénierie nécessitant la mise en œuvre de connaissances mathématiques (voir dans ce numéro l'article sur les FabLabs).



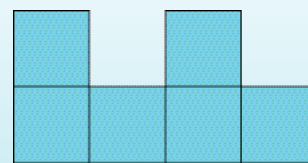
On trouve également des manipulations créatives dans les problèmes constructifs utilisant des pièces à assembler. Associés à des problèmes d'exhaustivité (par exemple « donner tous les développements possible du cube »), ils favorisent l'émergence d'une représentation abstraite puisque, en pratique, il devient rapidement moins coûteux de trouver une stratégie d'analyse plutôt que de construire tous les cas.

Le problème des projections

Quel est le nombre minimum de cubes à utiliser pour obtenir cet assemblage dont on donne la vue de face et de profil ?



Vue de face

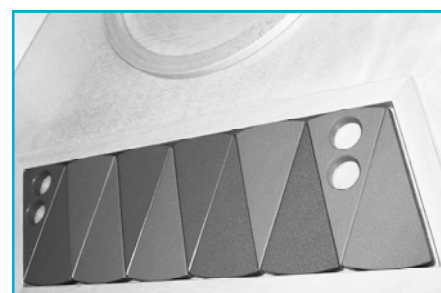
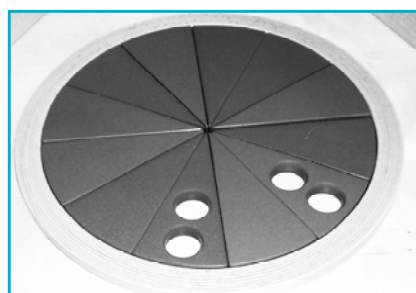


Vue de profil

Ce problème est posé dans l'atelier « récréations mathématiques » du Palais de la Découverte. Il nécessite une bonne représentation de l'espace, ce qui le rend très difficile à résoudre sans l'aide de vrais cubes qui vont matérialiser l'assemblage. La difficulté n'est pourtant pas d'ordre mathématique mais d'ordre pratique. En réfléchissant à l'aide de cubes, les problèmes de visualisation se trouvent atténués et on peut se concentrer sur l'étude des différentes stratégies de résolution possibles.

Observer, comprendre

Le développement des centres de sciences a entraîné enfin l'apparition d'objets démonstrateurs. Il s'agit d'objets de popularisation qui matérialisent un concept ou une propriété. Jouant un rôle de médiateur, ils sont prévus pour être manipulés, éprouvés, assemblés... pour une expérience faisant collaborer la tête et les mains. L'engouement pour ce type d'expositions, encore trop peu nombreuses en France, montre un besoin de comprendre et un désir du public de s'intéresser au mathématiques.



Une approximation de l'aire du cercle

Faire des mathématiques avec des objets

Les objets présentés ici ont pour objectif principal d'aider à l'enseignement des mathématiques, de donner du sens à un savoir, d'offrir une représentation concrète d'un modèle abstrait...

Leur utilisation amène à se poser la question de la définition de l'activité mathématique. Où se situe le début de l'action "faire des maths" ? Est-ce dans la question que l'on se pose ou dans la modélisation que l'on en fait pour permettre sa résolution par des outils mathématiques ?

Le recueil de données avant traitement, la construction de figure ou de modèles concrets pour se représenter le problème font-ils partie de l'activité mathématique ? Fait-on des mathématiques en réfléchissant sur une énigme ou en construisant des familles de polyèdres ?

Tant que l'expression "faire des maths" sera prise dans un sens le plus large possible cela ouvrira l'accès à la culture et la pratique mathématique pour tous en fonction de ses goûts et ses aptitudes. Les "mathématiques" s'écrivent au pluriel, elles

doivent aussi se pratiquer au pluriel. C'est en permettant au plus grand nombre d'avoir accès à l'abstraction que l'on pourra augmenter la qualité et le niveau des contenus.

M.B.

Bibliographie

Martine Brilleaud, *Analogie, métaphore et psychologie cognitive*, *Tangente* 159, juillet 2014.
Pierre Audin, *Empiler des cubes*, *Math-École* 219, Avril 2013.
Jean-Paul Delahaye, *Inventions mathématiques*, Belin, 2014.

Que faire avec des élèves au musée ?

En avril dernier, une étude a été menée lors de la visite au Vaisseau à Strasbourg de l'exposition Mathémanip par une classe de sixième du collège de Heiligenstein (67). Il s'agissait de déterminer l'impact d'une telle visite sur les apprentissages proposés ensuite en classe.

La visite a été élaborée sous forme d'un « rallye » en choisissant une dizaine d'installations en rapport avec le programme. Ce cadre, qui a constitué un fil conducteur pour l'exploration des ateliers, a permis aux élèves de s'impliquer dans une réflexion de manière continue sans se laisser distraire.

Autre constatation : les sujets déjà étudiés en classe ont fortement interpellé les élèves qui étaient ravis de réinvestir leurs savoirs et les ont en même temps consolidés en les inscrivant dans un épisode de vie. Ainsi le programme permettant de retrouver sa propre date d'anniversaire dans les décimales de π a suscité beaucoup d'intérêt après la découverte de ce nombre en classe : un aspect pratique de la notion d'infini !

Le temps de restitution en classe au retour de la visite était très riche et incontournable pour permettre aux élèves de prendre conscience de leurs apprentissages.

Les retombées d'une visite

Dans un second temps, des problèmes d'approfondissement sur les mêmes notions que celles découvertes à travers les manipulations au Vaisseau ont été proposés à plusieurs classes du collège. Pour les mêmes problèmes, dans un environnement papier/crayon, les élèves ayant effectué la visite ont obtenu de bien meilleurs résultats et sont allés plus loin que les autres dans la démarche. Ils manifestaient également plus de plaisir à travailler sur une notion déjà entraperçue au musée.

Les élèves faibles, souvent en échec dans un cadre scolaire ont trouvé beaucoup d'intérêt à pouvoir manipuler, se tromper et recommencer, démarche qu'ils n'osent pas en classe habituellement. Et l'enseignante a découvert à cette occasion des compétences scientifiques inobservables dans le cadre d'une restitution écrite. « *Quand un travail d'estimation d'une foule a été proposé en classe quelques semaines après la visite du musée, ce sont les premiers à avoir reconnu la situation du Vaisseau qui consistait à estimer des bonbons. Ils se sont engagés dans le travail avec plus d'enthousiasme que d'habitude* ».

L'expérience a également eu des répercussions sur la pratique de l'enseignante :

« *À travers cette expérience, j'ai moi-même évolué dans ma pratique quotidienne. En effet, je me suis rendue compte combien les manipulations aident les élèves à la compréhension des objets mathématiques et à l'entrée dans l'abstraction* ».

Et quant au nombre π , plus aucun élève de la classe ne le confond avec sa valeur approchée 3,14 !

Anne Schultz

