

Les mathématiques font-elles partie des sciences expérimentales ?

Les mathématiques peuvent-elles se prêter à l'expérimentation ? Les deux opinions qui s'opposent ne sont pas forcément contradictoires.

NON

par Michel Fréchet

Un ministre de l'Éducation Nationale avait déclaré (France-Soir, 23-11-1999) : « Les mathématiques sont en train de se dévaluer de façon quasi inéluctable. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs. Idem pour les constructions de courbes. »

Dans le préambule définissant les objectifs de l'enseignement scientifique au lycée (BO HS n°2, 30-08-2001, toujours en vigueur), on peut lire :

« Science des formes et des nombres, la mathématique est amenée à sortir de son style et de ses pratiques traditionnelles grâce au développement et à la généralisation de l'ordinateur. Elle se rapproche des sciences expérimentales, grâce à l'expérimentation numérique, à la simulation, et à ce que l'on peut appeler la démonstration empirique... ».

J'avoue ne pas très bien savoir ce qu'est une démonstration empirique. Et plus loin :

« L'expérimentation est une démarche essentielle des sciences. Elle consiste à imaginer, à inventer des situations reproductibles permettant d'établir la réalité d'un phénomène (c'est moi qui souligne) ou d'en mesurer les paramètres. Cette démarche

envahit aujourd'hui, du fait de l'ordinateur, les mathématiques ».

Voudrait-on nous faire croire que l'induction, car c'est bien de cela qu'il s'agit, peut devenir une démarche mathématique, du fait de l'ordinateur ? Dans ce contexte, l'utilisation des TICE et l'introduction d'une épreuve de TP en série S me semblent dangereuses, si nous n'y prenons garde.

Il est important de toujours avoir à l'esprit que les mathématiques ne font pas partie des sciences expérimentales et que l'induction n'est pas une démarche mathématique. Les concepteurs des programmes du collège ne s'y sont d'ailleurs pas trompés :

« La démarche d'investigation scientifique présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et celui des mathématiques. La spécificité de chacun des domaines, liée à leurs objets d'études respectifs et leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation.

Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problème et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre ».

M. F.

Le danger de l'induction

Énoncé : Le nombre $n^2 - n + 41$ est-il premier pour tout entier naturel n ?

Induction : Cela marche pour 1, pour 2, pour 3, ..., pour 20, pour 30, pour 40. Doit-on en conclure que la proposition énoncée est vraie pour tout n ?

Faites l'expérience avec vos élèves. À partir de quelle valeur de n seront-ils convaincus ? 10, 20 ?

Réponse

$n^2 - n + 41 = (n-1)n + 41$

CONTREPOINT

par Gérard Kuntz

Éxpérimenter, pratiquer la démarche expérimentale, ces expressions ont en mathématiques un sens très précis¹.

Il ne s'agit en aucun cas d'une manipulation qui serait en elle-même source de connaissance. L'expérimentation telle que nous l'entendons n'a de sens que par ses articulations avec la formulation (dimension langagière) et la validation (par la preuve). Le va-et-vient entre théorie et expérience est précisément ce qui caractérise la démarche expérimentale. Il n'y a pas d'un côté les aspects expérimentaux et de l'autre côté la preuve, entre lesquels il faudrait choisir.

Le défi pour l'enseignement est de développer des situations d'apprentissage qui permettent les allers-retours. Si, comme l'affirme Paul Langevin dans « La pensée et l'action », « Le concret, c'est de l'abstrait rendu familier par l'usage », les objets qui permettent l'expérimentation ne sont pas nécessairement matériels. Ce sont des objets suffisamment familiers qui servent de domaine d'expérience pour construire des connaissances plus complexes. C'est par exemple le cas des nombres entiers et de leurs propriétés élémentaires pour la théorie des nombres.

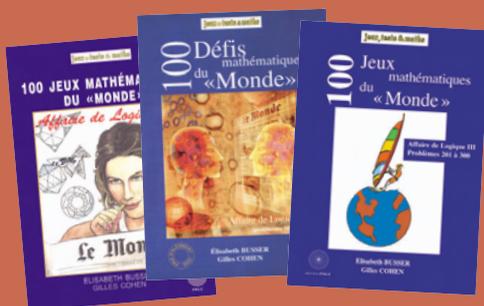
Plus complexe encore : expérimentation, formulation-interprétation et preuve, chacun des trois mouvements de la pensée peut rétroagir sur les deux autres, créant un réseau de « boucles de rétroaction » (dans lesquelles les produits et les effets sont eux-mêmes producteurs et cause de ce qui les produit). Ainsi, l'échec d'une tentative de preuve peut amener à mieux tester la solidité de la conjecture née d'une expérimentation. Elle peut conduire à modifier la conjecture, voire l'expérimentation elle-même. Elle peut aussi inciter à imaginer d'autres chemins de preuve... De même, l'expérimentation mise en place pour cerner une question mathématique peut déboucher sur des résultats imprévus, surprenants, qui conduisent à des interrogations sur d'autres propriétés, sur de nouvelles conjectures et tentatives de preuve.

Comprise ainsi, l'expérimentation en mathématiques montre sa parenté avec celle développée en « sciences expérimentales », mais aussi sa spécificité. Expérimenter de cette façon protège (entre autres) des pièges grossiers d'une induction paresseuse... et contribue à une solide formation scientifique.

G. K.

Les souscriptions printemps-été 2007

L'intégrale des jeux du « Monde »



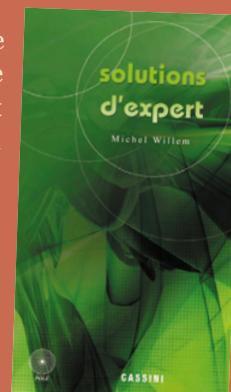
Depuis 10 ans maintenant, Elisabeth Busser et Gilles Cohen publient chaque semaine, dans « Le Monde » daté du mardi, sous le titre

« Affaire de Logique », un jeu-problème mathématique. Les 300 premiers problèmes ont déjà été publiés, en trois volumes. On annonce pour octobre 2007 la publication des 200 suivants, et surtout d'un volume relié, « L'intégrale des jeux du Monde », regroupant les 500 premiers problèmes. Profitez de l'offre de souscription qui vous est faite aujourd'hui !

**En cas de souscription de « L'intégrale » avant le 31/07/2007, une remise de 5 € !
30 € au lieu de 35 € !**

« Problem Solving Strategies » enfin traduit en français !

Sous le titre « Solutions d'experts », le meilleur livre au monde sur la résolution de problèmes, signé Arthur Engel, sera bientôt disponible en français ! Le volume 1 sortira dans un mois, le volume 2 à la fin de l'année (prix de chaque volume : 25 €). Traduit par Jean-Christophe Novelli, ce livre est le produit de la préparation de l'équipe d'Allemagne aux Olympiades de mathématiques tout au long d'une vingtaine d'années. Rassemblant sur les deux tomes 1 100 problèmes issus de tous les pays du monde, il est organisé autour des grandes idées qui mènent à leur résolution.



**En cas de souscription des deux volumes avant le 31/07/2007, une remise de 10 € !
40 € au lieu de 50 € !**