

Le rallye mathématique

« Bombyx »

Le rallye mathématique « Bombyx » est organisé par l'Atelier de Culture Scientifique du Collège Louise Michel (à Ganges dans l'Hérault). Il s'agit d'une compétition individuelle ouverte aux élèves du CM2 jusqu'à la seconde professionnelle ou la première année de CAP des Lycées professionnels de l'Académie de Montpellier, et de l'Andorre.

*Bombyx
organise
son 20^e rallye
mathématique
en 2007 - 2008*

Le rallye mathématique « Bombyx » se déroule en trois étapes.

- **Les quarts de finale** : Ils ont lieu dans chaque établissement, sous la responsabilité du correspondant du rallye.

L'épreuve, qui dure 90 minutes, consiste à résoudre quatre problèmes. Seule la réponse est demandée.

Au sein de chaque établissement, 50% (environ) des participants sont qualifiés pour la demi-finale.

- **Les demi-finales** : L'épreuve consiste en la résolution de quatre problèmes et d'une question facultative destinée à départager les meilleurs concurrents. Elle dure 90 minutes. Deux listes sont alors établies : la liste des qualifiés pour la finale constituée des élèves les mieux placés, et la liste des qualifiés pour la finale de repêchage.

- **La finale et la finale de repêchage** :

Elles consistent en la résolution de quatre problèmes et d'une question facultative destinée à départager les meilleurs concurrents. La durée de l'épreuve est également de 90 minutes.

Produit (4e)

Le produit de quatre nombres entiers consécutifs est 11 880.

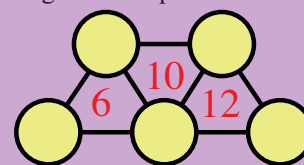
Quel est le plus petits de ces quatre entiers ?

Une deuxième porte (CM2)

Benoît, Sophie et Arthur continuent leur exploration dans l'aile Nord du château hanté de tante Lucie...

Après s'être partagé le trésor, les trois enfants aperçoivent une porte cachée derrière un vieux rideau poussiéreux ; elle donne sur une nouvelle salle mystérieuse...

Pour ouvrir cette porte, ils doivent résoudre un énigme : Il faut placer les nombres entiers de 1 à 5 dans les cercles en respectant la règle suivante : la somme des nombres situés aux sommets de chaque triangle est indiquée dans le triangle.



Placez les nombres à la bonne place afin d'ouvrir la porte permettant aux trois enfants d'entrer dans la salle mystérieuse.

Une suite originale (5e)

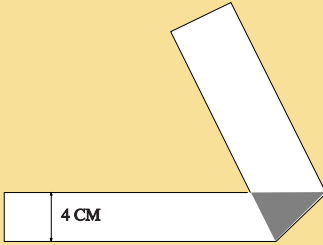
À partir d'un nombre servant de point de départ, cette suite originale est ainsi construite :

- si le dernier nombre marqué est pair, le nombre suivant est égal à sa moitié.
- si le dernier nombre marqué est impair, le nombre suivant est égal à la somme des deux nombres précédents.

Si le nombre du départ est 8, quel est le centième nombre de cette suite ?

LE RALLYE DES RALLYES

Le marque-page de Joël (4e)



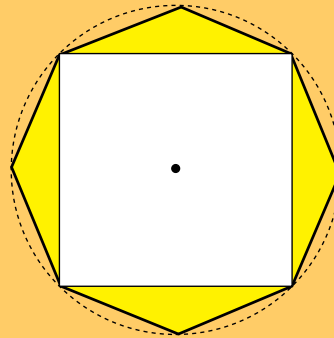
Joël a une bande de papier de 4 cm de largeur (les bords sont supposés bien parallèles). Elle lui sert de marque page. L'autre jour, en voulant marquer la page de son livre de chevet, il a malencontreusement plié la bande de papier comme l'indique le schéma.

Quelle est l'aire minimale de la région grisée sur le schéma où les deux épaisseurs se superposent ?

Regarder les aires (3e)

Dans un disque de 10 cm de rayon, on a découpé un octogone régulier. Je n'ai pas de règle ni de calculette, pourtant je peux calculer la valeur exacte de l'aire de cet octogone.

Donner la valeur exacte de cette aire. (Indication : on peut considérer un carré)



Les puits de Nathalie (2nde pro)



Nathalie est propriétaire de 3 puits de pétrole au Texas, qu'elle voit de son bungalow. Deux d'entre eux sont à 300 yards du bungalow, le troisième, un peu plus loin, est situé à 225 yards de chacun des premiers. Les deux premiers puits sont situés à 360 yards l'un de l'autre.

À quelle distance du troisième puits de pétrole se situe donc le bungalow de Nathalie ?

Les kiwis de David
Soient k , c et p les poids respectifs d'un kiwi, d'un citron et d'un pamplemousse. On sait que $10k = 3c + p$ et que $p = 6k + c$. On en déduit donc que $10k = 3c + 6k + c$ donc $4k = 4c$.
D'où $k = c$ et $p = 7k$.
Il faudra donc 7 kiwis pour équilibrer le poids d'un pamplemousse.
Soit B le bungalow, P_1 , P_2 et P_3 les 3 puits de pétrole de Nathalie.
 P_3 et B sont équidistants de P_1 et P_2 , donc ils sont sur la médiatrice de $[P_1P_2]$.
D'après Pythagore dans le triangle P_1HP_3 rectangle en H :
 $P_3H^2 + 120^2 = 150^2$ donc $P_3H = 90$.
De même, dans BHP_1 rectangle en H :
 $BH^2 + 120^2 = 200^2$ donc $BH = 160$.
D'où $BP_3 = BH + HP_3 = 250$.
Le bungalow de Nathalie est donc à 250 yards du troisième puits de pétrole.

Une suite originale : Les premiers nombres de cette suite sont 8, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 4, ...
Le centième nombre de la suite est 1.
Produit
Seule la décomposition $9 \times 10 \times 11 \times 12 = 11880$ convient. Le plus petit entier cherché est donc 9.
Le marque-page de Joël
L'aire minimale de la région où les deux épaisseurs se superposent est de 8 cm^2 .
Regarder les aires
L'aire exacte de l'octogone est égale à $200\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

Réponses

Une deuxième porte

Les kiwis de David (2nde pro)

David a un étal de fruits et légumes au marché et il est très fier de ses kiwis.

Sachant que dix kiwis pèsent autant que trois citrons et un pamplemousse et que six kiwis et un citron pèsent autant qu'un pamplemousse, combien faut-il de kiwis pour équilibrer un pamplemousse ?

