par Michel Criton

L'Olympiade Mathématique Belge

L'Olympiade Mathématique Belge a été créée en 1976 par la Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française (SBPMef). Elle s'adresse aux élèves des six premières années de l'enseignement secondaire.

5 recueils des questions posées à l'OMB ont été publiés par la SBPMef rue de Trazegnies 87 6230 Pont-à-Celles Belgique

Les épreuves des éliminatoires et des demi-finales se présentent sous la forme d'un QCM (questionnaire à choix multiple) comprenant 30 questions pour une durée de 90 minutes. Quelques questions cependant sont sans réponse préformulée.
Lors de la finale, qui dure quatre heures, il est demandé aux concurrents d'expliquer leur démarche par écrit.
Le niveau « mini » correspond aux deux premières années de l'enseignement secondaire, le niveau « midi » aux 3e et 4e années et le niveau « maxi » aux 5e et 6e années.

Les quinze nombres (mini)

Une suite de 15 nombres est telle que la somme de trois nombres consécutifs de cette suite vaut toujours 2007. Le quatrième nombre de la suite est 500 et le quinzième est 200.

Que vaut le septième nombre ?

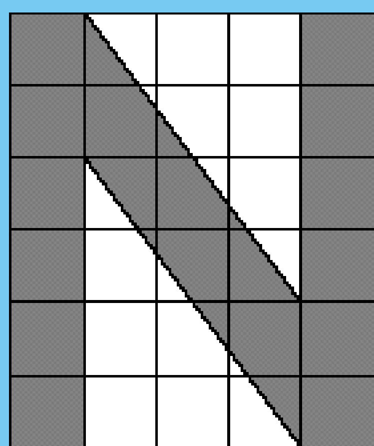
☐ A 200 ☐ B 427 ☐ C 500 ☐ D 837 ☐ E 1 307

Grand N (mini)

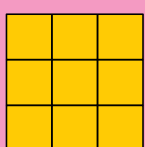
La lettre N majuscule a été dessinée dans un quadrillage dont les mailles sont de côté 1.

Que vaut l'aire de cette lettre ?

☐ A 15 ☐ B 16 ☐ C 17 ☐ D 18 ☐ E 20



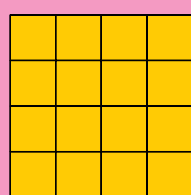
Les carrés (mini)



Dans la figure de gauche, se trouvent quatorze carrés : neuf carrés de côté 1, quatre carrés de côté 2 et un carré de côté 3.

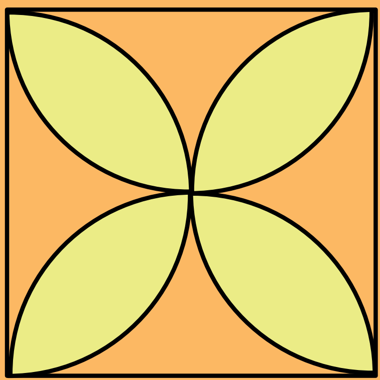
Quel est le nombre exact de carrés que tu peux dénombrer dans la figure de droite ?

☐ A 25 ☐ B 27 ☐ C 29 ☐ D 30 ☐ E 33



La rosace (midi)

Quatre demi-cercles de rayon 1 admettant pour diamètres les côtés d'un carré déterminent une rosace.



Quelle est l'aire de cette rosace ?

☐ A $4 - \pi$ ☐ B $2\pi - 4$ ☐ C $2 - \pi$
☐ D $4 - \pi / 4$ ☐ E 2,28

Les cerises (midi)

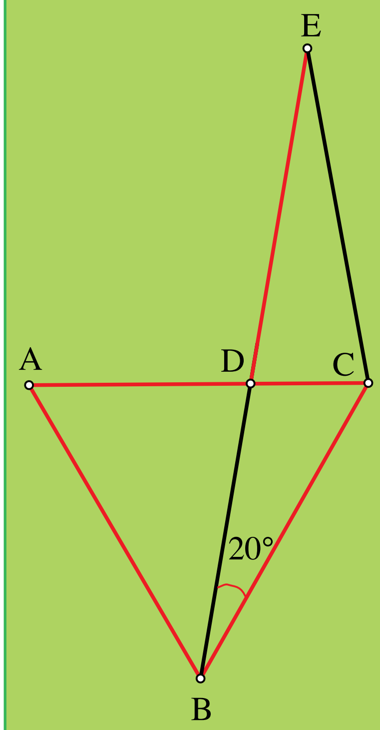
Dans une cerise, on estime que l'épaisseur de la couche de chair est égale au diamètre du noyau. On admet également que le noyau et la cerise sont deux sphères de même centre.

Quel est le rapport du volume de la chair à celui du noyau ?

☐ A 7 ☐ B 8 ☐ C 15 ☐ D 26 ☐ E 27

Un angle à évaluer (finale maxi)

Le triangle ABC est équilatéral. La demi-droite [BE) coupe le segment [AC] en D et est telle que l'angle CBE mesure 20° et que DE = AB.



Que vaut la mesure en degrés de l'angle BEC ?

Des multiples de 7 (finale midi)

Le chiffre des unités du nombre naturel N est x. On effectue successivement les opérations suivantes :

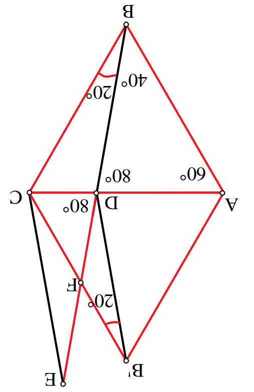
• supprimer le chiffre des unités x du nombre N ;

• retrancher $2x$ du nombre obtenu. Par exemple, le nombre 203 devient 20, puis 14.

Est-il toujours vrai que le nombre final est un multiple de 7 si et seulement si le nombre initial N est un multiple de 7 ?

Réponses

Les quinze nombres :
réponse **C** : Le quinzième nombre est **500**
Grand N :
réponse **D** : l'aire de la lettre N est égale à **18 carrés-unités**.
Les carrés :
réponse **D** : Le dessin de droite compte **30 carrés**.
La rosace :
réponse **B** : L'aire de la rosace est égale à $\mathbf{2\pi - 4}$.
Les cerises :
réponse **D** : Le volume de la chair est égal à **26 fois** celui du noyau.
Des multiples de 7 :
Soit $10A + x$ le nombre de départ.
Si $10A + x$ est un multiple de 7, alors $10A + x - 21x = 10A - 20x = 10(A - 2x)$ est également un multiple de 7. On en déduit que $A - 2x$ est un multiple de 7.
Réciproquement, on montre que si $A - 2x$ est un multiple de 7, il en est de même de $10A + x$.



Un angle à évaluer :
En construisant le symétrique B' de B par rapport à (AC), on montre que les triangle DB'F et FEC sont isocèles. On en déduit que l'angle BEC mesure **20°**.