

Tournoi mathématique du Limousin

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé en 1987. Cette compétition mathématique s'adresse aux élèves de 4^e des collèges et aux lycéens. Les élèves participent au tournoi par équipes de deux.



*Une brochure :
« Le Tournoi
Mathématique du
Limousin, 1987-
1995 : neuf années
d'existence » a été
publiée par
l'IREM de
Limoges en 1996.*

Créé à l'initiative de la Régionale de Limoges de l'APMEP, du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges, de l'Inspection Pédagogique Régionale et de l'IREM de Limoges, le Tournoi Mathématique du Limousin est une association «loi de 1901».

Le tournoi consiste en une épreuve de 2 heures pour les collégiens et de 3 heures pour les lycéens. Des solutions rédigées sont demandées aux participants.



Chaque équipe doit rendre une copie avec sa ou ses solution(s). On encourage les participants à proposer d'éventuels prolongements aux problèmes posés, voire à suggérer de nouvelles questions.

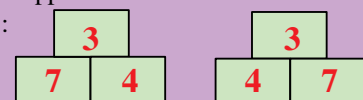
Chamboule-tout (4^e)

Un stand de kermesse propose un « chamboule-tout » formé de briques posées sur une planche.

Le jeu consiste à les faire tomber.

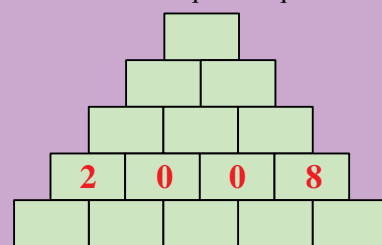
Chaque brique porte un nombre entier (de 0 à 9), différence des deux nombres inscrits sur les deux briques qui la supportent.

Par exemple :



Le score de chaque joueur correspond à la somme de tous les nombres marqués sur les briques qu'il a fait tomber.

Voici les nombres marqués sur quatre des briques :

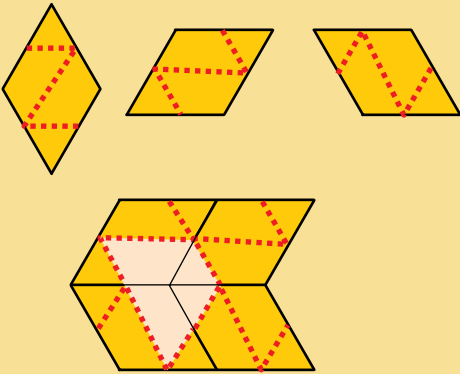


- 1) Inscrivez les nombres manquants en donnant toutes les possibilités. Expliquez comment vous les avez trouvés.
- 2) Quel est le score maximal que vous pouvez obtenir en faisant tomber cet assemblage ?
- 3) Prolongement : si aucune brique n'est numérotée, pouvez-vous proposer une numérotation des briques de cet assemblage, en conservant la règle des différences, permettant d'obtenir un score supérieur à celui de la question précédente ?

LE RALLYE DES RALLYES

Les calissons Z (Lycée)

Arthur veut carrelers sa salle de bain. Les carreaux qu'il utilise ont la forme de calissons d'Aix en Provence (losanges formés de deux triangles équilatéraux juxtaposés) sur chacun desquels est dessiné, à partir des milieux des côtés, un Z en pointillés :



Sur la figure, on a représenté trois calissons et on a commencé un carrelage qui fait apparaître un trapèze isocèle dont les côtés sont en pointillés :

1) Quels sont les autres débuts de carrelage que l'on peut proposer et qui font apparaître d'autres polygones dont les côtés sont en pointillés et qui n'ont pas de pointillés à l'intérieur ?

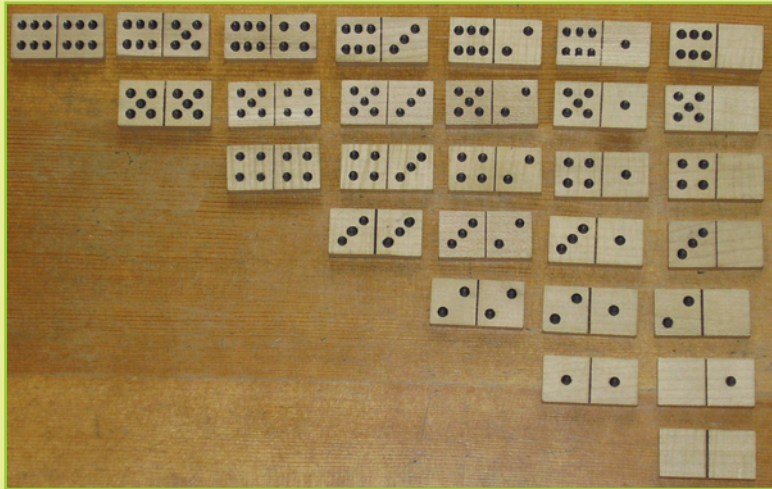
2) Parmi ces polygones quel est celui qui a la plus grande aire ?

Parmi ces polygones quel est celui qui a le plus petit périmètre ?

3) Arthur peut-il carrelers sa vaste salle de bain en ne faisant apparaître qu'une seule sorte de polygones en pointillés ?

Enchaînons les dominos (Lycée)

Voici les 28 dominos d'un jeu de dominos :

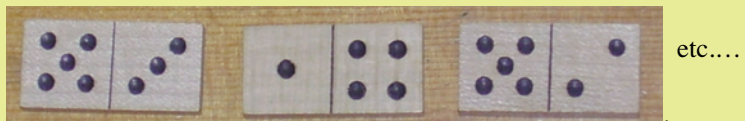


On pose un premier domino, puis on fait une chaîne de dominos, en allant de gauche à droite, de manière à obtenir une suite de nombres entiers compris entre 0 et 6 ; chaque nombre de la chaîne est la somme, si elle est inférieure à 7, des deux nombres qui précèdent ; si la somme est supérieure ou égale à 7, on la diminue de 7 ; on dit que c'est une somme modulo 7. On s'arrête quand le domino qu'il faudrait poser est déjà utilisé.

Exemples de débuts de chaînes :



qu'on notera : (3,5) (1,6) (0,6); etc...



qu'on notera : (5,3) (1,4) (5,2) etc...

1) Formez la chaîne commençant par le domino noté (4,2).

2) Une chaîne contient le domino noté (1,3) et ce domino n'est pas le premier. Quel est le précédent ?

3) Formez une chaîne, la plus longue possible, contenant le domino formé des chiffres 3 et 5.

4) Quelle est la longueur maximale d'une chaîne ?

Réponses ci-contre ; solutions détaillées sur www.unilim.fr/irem/

Réponses

Chamboule-tout :
 (1) On peut obtenir les 4 scores suivants : 46 (2 0 0 8 sur la rangée du bas) ; 51 (3 1 1 9) ; 66 (6 8 8 0) ; 71 (7 9 9 1) qui est le score maximal.
 (3) Un score de 90 peut être obtenu avec 0 9 0 9.

Les calissons Z :
 (1) Prenons comme unité d'aire l'aire d'un huitième de calisson et comme unité de longueur le demi-côté d'un calisson.
 On peut faire apparaître un triangle équilatéral d'aire 9, un trapèze isocèle et un losange d'aire 8, un losange tronqué d'aire 7 et un hexagone d'aire 6. Les périmètres ayant pour valeur respectivement 9, 8, 8, 7 et 6 (hexagone-ne).
 (3) Il est possible de paver le plan en ne faisant apparaître que des trapèzes isocèles ou (a, b), (a+b, a+2b), (2a+3b, 3a+5b), (5a+4b, a+6b), (6a, 6b), (6a+6b, 6a+5b), (5a+4b, 4a+2b), (2a+6b, 6a+b), (a,b).

Enchaînons les dominos :
 (1) (4,2), (6,1), (0,1), (1,2), (3,5).
 (2) Le domino (1,3) est précédé par le domino (6,2).
 (3) Quatre chaînes contiennent 7 dominos : (0,1), (1,2), (3,5), (1,6), (0,6), (6,5), (4,2) ; (0,6), (6,5), (4,2), (6,1), (0,1), (1,2), (3,5) ; (0,2), (2,4), (6,3), (2,5), (0,5), (5,3), (1,4) ; (0,5), (5,3), (1,4), (5,2), (0,2), (2,4), (6,3).

4) Il existe des chaînes formées de 8 dominos. Par exemple : (1,0), (1,1), (2,3), (5,1), (6,0), (6,6), (5,4), (2,6). C'est la longueur maximale. En effet, si on écrit les nombres modulo 7, on a : 4a+2b, (2a+6b, 6a+b), (a,b).