Jeu du matheux confiné : 3^{e} vague, variants et territorialité…

Dominique Souder

Série 4 : réponses à envoyer avant le dimanche 18 avril à 23h

à : jeudumatheuxconfine@gmail.com

Exercice 1 : Le rayon confiné dans les 2022 côtés

Un polygone régulier convexe a 2022 côtés, tous recouverts de miroirs et numérotés de 1 à 2022 dans le sens des aiguilles d'une montre. On fait partir d'un point quelconque du côté 1, vers un point intérieur du polygone, un rayon lumineux faisant avec ce côté un angle de 60 degrés. Le rayon fait alors un premier rebond, puis d'autres…
Quel est le numéro du côté sur lequel le rayon fera son 2022^{e} rebond ?

Exercice 2 : Le « picon citron curaçao »

(D'après « Marius » de Marcel Pagnol)

César présente à Marius la recette du « picon citron curaçao ». Il lui annonce qu'il doit être composé de quantités égales de curaçao, de citron, de picon et d'eau. Joignant le geste à la parole, il remplit un verre avec un tiers de curaçao, un tiers de citron et un tiers de picon. Son verre est maintenant plein à ras bord mais il lui reste pourtant à mettre l'eau. Il est bien embêté. Son fils Marius lui vient en aide. Il prend un second verre identique au premier et en remplit une certaine fraction d'eau seule. Il verse alors le premier verre dans le second jusqu'à ce qu'il soit plein puis verse le second verre dans le premier jusqu'à ce qu'il soit plein. Les quatre ingrédients du breuvage sont désormais présents à parts égales dans le premier verre.

A) Quelle fraction d'eau Marius a-t-il versé dans le second verre pour réussir son mélange ?
B) Un spectateur lyonnais dit alors à Marius qu'il n'est pas malin, et qu'il aurait pu aller plus vite pour obtenir dans un second verre identique une équitable répartition entre les 4 ingrédients. Quelle fraction d'eau seule dans le second verre Marius aurait-il dû verser pour réussir vite ensuite son mélange ?

Exercice 3 : Les aiguilles à tricoter le temps pendant l'après midi

Un candidat matheux étourdi, s'étant trompé d'option en s'inscrivant au bac, sécha le jour venu devant ledit sujet d'option de 14 heures à 17 heures. Regardant souvent sa montre à aiguilles, il fit des observations scientifiques…

1°) il y a des moments où les aiguilles des heures et des minutes se superposent. C'est le cas peu après 15h. 15min., mais précisez cela : à quelle heure sexagésimale (heure, minute, seconde) arrondie à la seconde près ? Combien de fois cette situation de superposition se produit-elle dans la plage horaire 14-17h. ? Quelle est la formule magique qui permet d'obtenir en système (heure) décimal(e) les horaires précis de superposition ? Quel est le nombre de cas sur la journée ?

2°) il y a des moments où les aiguilles des heures et des minutes sont opposées. C'est le cas peu avant 14h. 45min., mais précisez cela : à quelle heure sexagésimale (heure, minute, seconde) arrondie à la seconde près ? Combien de fois cette situation d'opposition se produit-elle dans la plage horaire 14-17h. ? Quelle est la formule magique qui permet d'obtenir en système (heure) décimal(e) les horaires précis où les deux aiguilles sont dans le prolongement l'une de l'autre ?

Quel est le nombre de cas sur la journée ?

3°) il y a des moments où les aiguilles des heures et des minutes font un angle droit. C'est le cas à 15h. exactement. Combien de fois cette situation de perpendicularité (quadrature) se produit-elle dans la plage horaire 14-17h. ? Quelle est la formule magique qui permet d'obtenir en système (heure) décimal(e) les horaires précis de quadratures ? Quel est le nombre de cas sur la journée ?

4°) il y a des moments où la troisième aiguille, celle des secondes, est bissectrice intérieure ou extérieure de l'angle formé par les deux autres aiguilles. Quand la trotteuse bouge d'une seconde de temps, de quel angle au centre en degrés bouge-t-elle ? En tenant compte de cette précision d'une seconde, vérifiez qu'à 15h 42min 0s il y a bien une telle situation de bissection, mais je ne demande pas votre copie !

La formule magique permettant d'obtenir les différentes valeurs de l'heure décimale h précise où il y a bissection est h = 12 k / 1427, où k prend les valeurs de 0 à 2853.

Quel est le premier horaire « bissection » dans la plage 14h-17h ? Et le dernier ?

Combien y a-t-il de situations de bissection dans la plage horaire 14-17h. ?

Vous pouvez démontrer la formule mais je ne demande pas votre copie !

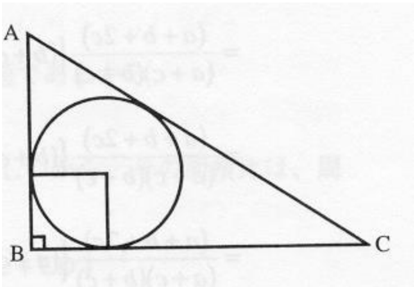
<u>Exercice 4.</u> La légende de « la boule ou la vie »

Un Seigneur, lassé de son astrologue et de ses prévisions hasardeuses, décide de le faire exécuter. Bon prince, il lui laisse une chance… L'astrologue est autorisé à répartir entre 2 urnes 6 boules : 3 blanches et 3 noires. Il ne doit pas y avoir d'urne vide. Le bourreau choisit au hasard une des urnes et en extrait une boule. Si la boule est blanche l'astrologue est exécuté, si la boule est noire il aura la vie sauve.

1) L'astrologue a trouvé une disposition des boules dans les urnes lui permettant de s'assurer le maximum de chances de survie : combien de chances sur 10 a-t-il alors de vivre ?
2) On reprend la question précédente pour n boules blanches et n boules noires. Il ne doit toujours pas y avoir d'urne vide. Quand le nombre n croît à l'infini, vers quelle probabilité de survie pour l'astrologue s'approche-t-on ?
3) Cette fois il y a 3 urnes, 3 boules blanches et 3 boules noires. Il ne doit pas y avoir d'urne vide. L'astrologue a de nouveau trouvé une disposition des boules dans les urnes lui permettant de s'assurer le maximum de chances de survie : quelle probabilité a-t-il alors de vivre ?
4) On reprend la question 3) pour n boules blanches, et n boules noires réparties dans les 3 urnes. Quand le nombre n croît à l'infini, vers quelle probabilité de survie pour l'astrologue s'approche-t-on ?

Exercice 5 : Encore un cercle confiné (inscrit)

Sur certains temples japonais on peut voir des Sangaku (dessins et inscriptions proposant la résolution de problèmes). En voici un (Gifu, Gunjou-Gun, Gawara-Cho, Yawara-Jinja) :



Dans ce triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent x et y, l'hypoténuse z, et le diamètre du cercle inscrit 2r.

L'inventeur de ce Sangaku a été fier d'écrire que la connaissance du fait que :

$$x + y = 17 \quad \text{et que : } [x^3 + y^3 + (2r)^3] / (z-2r) = 213.$$

lui permettait de **calculer les valeurs entières de r, z, x, y**. Et vous ?